

林分の区分求積I

Vertical line samplingとHeight accumulation

誌名	日本林學會誌 = Journal of the Japanese Forestry Society
ISSN	0021485X
著者名	箕輪,光博
発行元	日本林學會
巻/号	59巻1号
巻号補足	
掲載ページ	p. 28-32
発行年月	1977年1月

農林水産省 農林水産技術会議事務局筑波産学連携支援センター

Tsukuba Business-Academia Cooperation Support Center, Agriculture, Forestry and Fisheries Research Council
Secretariat



短 報

林 分 の 区 分 求 積 (I)

Vertical line sampling と Height accumulation*

箕 輪 光 博**

I ま え が き

直径階または樹高階別本数は、林分構造の基本的表示法である。この場合、林分は立木の集合体とみなされている。これに対して、本報は、林分を立木のセクションつまり丸太の集合体とみなし、それらを末口直径階別に分類する一つの方法——林分区分求積法——について論じたものである。林分を丸太の集まりとみる見方は実践的といえよう。

本法は、STRAND(6) の vertical line sampling と GROSENBAUGH(2) の height accumulation に立脚している。と同時に、それは、筆者(5) がさきに明らかにした定仰角林分材積推定法——切断径の二乗和から直接に林分材積を推定する——を、区分求積の観点から見たものである。したがって、本法の場合も、切断径の測定が基本的前提となっている。

今回は、林分区分求積の基本的考え方について報告する。

II 林分樹幹とその区分長 L_j

はじめに次の仮定を設ける。

- 1° 幹軸は直線であつ直立している。
- 2° 樹幹の横断面はすべて幹軸を中心とした円である。
- 3° 樹幹の直径は、梢端より根元にいたる区間で単調に増加する。
- 4° 林面は水平である。

他の仮定はともかくとして、4°の仮定は現実に即しないが、以下展開する理論を簡単にするために設けた。

林内に長さ L の線をおとし、その上を歩きながら直角方向に定仰角 β のコノメーターで立木を検視する。これが STRAND の vertical line sampling (略して LS) と呼ばれるものの基本形である。その際、カウントされた立木の胸高直径を測定しておくと、その二乗和の標本平均から円柱体積合計(6)の推定値が得られる。立体を直接測定の対象とした点でこの方法の意義は大きいが、それから得られる量は明らかに林分材積そのものではない。

い。

他方筆者は、前述のごとく、同じく LS の立場から、切断径の二乗和の標本平均にもとづく林分材積推定法を明らかにした。すなわち、線上からコノメーターで立木を検視したとき、カウントされた立木は必ず視準線と幹軸との交点をもつ。この点が＜切断点＞であり、その地上高、上部直径がそれぞれ＜切断高＞、＜切断径＞である(5)。以下、切断高を h 、切断径を $d(h)$ で表わす。この方法は、＜胸高直径の二乗和＞と＜切断径の二乗和＞の対比にみられるように、STRAND の方法を一般化したものである。すなわち、その理由はたまたますべての立木が胸高円柱体となった場合のことを想定すれば十分理解できるであろう(この場合は、切断径はすべて胸高直径に一致している)。

さて、これから述べる林分区分求積法は、同じく LS に立脚しつつも同時にそれを区分求積の観点から拡張したもので、形式的には、平田(3) が日本に紹介するにあたって林分区分求積と呼んだ BITTERLICH(1) の B-H-Messung と対をなすものである。両者は林分樹幹(単木樹幹から作られる仮想樹幹)の形および区分求積の方向にかんして全く対照的である。すなわち、本法の場合には、林分樹幹はすべての立木をその底面と幹軸を共通にして高さ方向に加えたものであり、他方後者のそれはすべての立木を水平(断面)方向に加えたものである。したがって林分樹幹の形は一方は極端に細く、他方は逆に扁平である。また、区分求積の方向についても大きな差がある。すなわち、前者では、林分樹幹を各セクションの上下直径差が一定値に等しくなるように区分する。これは、各セクションの射影によって林分樹幹の底面がリング状に区分されることを意味する。他方後者の場合は、従来の単木求積と同じく幹軸に沿って一定間隔で樹幹を区分する。すなわち前者は直径を、後者は高さを主体とした区分である。

本法の理論は次のとおりである。一般に、立木を幹軸に垂直な平面で m 個の部分に区分し、第 j 区分 ($j=1, 2, \dots, m$) の末口直径およびその長さを、それぞれ d_j, l_j としよう。ただし、区分直径列 ($d_0, d_1, d_2, \dots$,

* Mitsuhiro MINOWA: Sectional stand determination (I) Vertical line sampling and height accumulation

** 東京大学農学部 Fac. of Agr., Univ. of Tokyo, Tokyo 113

d_m) は減少系列 ($d_j > d_{j+1}$), d_0 は第1区分の元口直径である。区分数 m と直径列は, 対象とする林の性質や測定目的に応じて適当に定める。立木の区分とは, この直径列を介して, 立木をその長さ系列

$$(l_1, l_2, \dots, l_m)$$

に変換することであり, 数学的表現を用いれば, 立木を m 次元ベクトル空間の一点に対応させることに相当する。これらベクトルの和・差は仮想樹幹を表わす。林分樹幹はこのすべてのベクトルの和から成る特別な仮想樹幹である。なお, 一般にすべての j に対して $l_j \geq 0$ であるが, ある p ($1 \leq p \leq m$) について $l_1 = l_2 = \dots = l_p = 0$ となることは, その立木に該当する p 個の区分が存在しないことを意味する。

さて, 面積 T の林内に N 本の立木があるとし, 立木 i ($i=1, 2, \dots, N$) の第 j 区分の長さを l_{ij} で表わす。このとき l_{ij} の立木にかんする和, すなわち

$$L_j = \sum_{i=1}^N l_{ij} \quad (1)$$

は, 上述の林分樹幹の第 j 区分の長さに対応し

$$L = (L_1, L_2, \dots, L_m)$$

は林分樹幹のベクトル表現となる。この L は, 林分を末口直径別の長さとして表わしたもので, 林分の利用材積に直接関連するものとして実用的に意味のある量であろう。本節のねらいは, この量をいかにして直接推定——単木求積を行わずに——するかを考究するところにある。そのためには, LS におけるたんなる立木のカウンという考えを一步進めて, <区分のカウン>という問題をせねばならない。どの区分がカウンされたかを判断するのに, 前述の切断径を用いる。もし, 切断径 $d(h)$ にかんして, $d_j < d(h) < d_{j-1}$ なる条件が成立すれば, 第 j 区分がカウンされたことになる。このように, LS による立木のカウン数は, 切断径の値によって, つねに

$$(S_1, S_2, \dots, S_m)$$

と分類可能である。ここで S_j はある標本線における第 j 区分のカウン数を表わす。次に, この確率変数 S_j の定数倍が L_j の不偏推定量となることを示そう。

すでに筆者(5)は, 切断高 h の確率密度 $\varphi(h)$ が

$$\varphi(h) = L \cdot \cot \beta / T$$

で表わされることを明らかにした。この関係を用いれば, 末口直径が d_j , その長さが l_{ij} の第 j 区分 (立木 i の) がカウンされる確率 p_{ij} は,

$$p_{ij} = \int_{a_{ij}}^{b_{ij}} \varphi(h) dh = \frac{L \cdot \cot \beta}{T} \cdot l_{ij} = \frac{l_{ij}}{k} \quad (2)$$

ここで

a_{ij}, b_{ij} : それぞれ伐採点から元口断面, 末口断面まで

の高さ。すなわち $b_{ij} - a_{ij} = l_{ij}$

k : $T/L \cdot \cot \beta$ (定数)

となる。

すると第 j 区分のカウン数 S_j (上記) は, 立木 i の第 j 区分がカウンされたら $X_{ij}=1$, そうでなければ $X_{ij}=0$ なる確率変数 X_{ij} を用いて,

$$S_j = X_{1j} + X_{2j} + \dots + X_{Nj} = \sum_{i=1}^N X_{ij}$$

と表わされる。ただし,

$$\Pr(X_{ij}=1) = p_{ij}, \Pr(X_{ij}=0) = 1 - p_{ij}$$

である。そこで, kS_j なる量を考え, その期待値をとると

$$E(kS_j) = k \cdot \sum_{i=1}^N E(X_{ij}) = k \cdot \sum_{i=1}^N p_{ij}$$

となり, これに (1), (2) の関係を代入すると

$$E(kS_j) = k \cdot \sum_{i=1}^N \frac{l_{ij}}{k} = \sum_{i=1}^N l_{ij} = L_j$$

なる結果が得られる。これは, まさしく, kS_j が L_j の不偏推定量であることを示している。つまり, L_j は第 j 区分のカウン数の平均に k を掛ければ得られる。このことは, 林分樹幹の各区分長が, 個々の立木を区分求積せずとも, 切断径の測定のみから一挙に求まることを示す。なお, 立木のカウン数の k 倍,

$$kS = k \cdot \sum_{j=1}^m S_j = k \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m X_{ij}$$

が, 林分樹幹の総区分長 $L = L_1 + L_2 + \dots + L_m$ の不偏推定量であることは明らかである。

次に, L_j の推定精度について考察する。推定量 kS_j の変動係数を C_{L_j} とすると, 確率変数 X_{ij} が互いに独立であるという仮定の下で, 平田(4)によれば

$$C_{L_j}^2 = \frac{1}{E(kS_j)} = \frac{1}{L_j}$$

となる。

この結果は, L_j の値が小さくなると (L が一定という条件の下では, これは区分の数 m を大きくすることと同意), L_j 自身の推定精度が低くなることを示している。さらに, m を大きくするということは, 当該区分がカウンされたか否かの判定をいっそう困難にする。つまり, 区間 $[d_j, d_{j-1}]$ が狭くなるために, それだけ切断径の測定に高精度が要求されることになる。

III 林分区分求積と height accumulation

1954 年, GROSENBAUGH(2) は height accumulation と呼ばれる新しい立木区分求積法を発表した。この方法は, 各区分の上下直径差 (この差を taper step と呼ぶ) が等しくなるように立木を区分し, 各区分の長さの累積和から立木材積を計算するもので, その基本的考え方,

手続きにおいて従来の方法とは全く異なるものである。上部直径の測定には、英国製のBarr and Stroud Dendrometer, Spiegel Relaskop 等が使用される。立木の各部分の測定データは、パンチカードあるいはコンピューターを用いて種々の観点から分類される。本法の区分の仕方は、直径を基準としているので、立木の幹材積、表面積のみならず、各種ログ・ルールに応じた材種別の丸太利用材積も比較的容易に計算できる。

次に、height accumulation (略して HA) の基礎となっている区分の丸太材積式を示す(2)。

$$v_j = \frac{\pi \cdot t_j^2}{4} \left[\left(\frac{d_j}{t_j} \right)^2 + \frac{d_j}{t_j} + \frac{1}{r_j} \right] \cdot l_j \quad (3)$$

ただし、

v_j : 第 j 区分の丸太材積

t_j : 元口直径と末口直径の差 (=taper step)

l_j : 丸太の長さ

d_j : 末口直径

r_j : 形状指数 (2: 放物線体, 3: 円錐体, 4: ナイロイド)

なお、 t_j , l_j , d_j の単位はすべて同じとする。この式の特徴は、パラメーターの中に形状指数を含んでいることである。

さらに樹幹丸太材積は、各区分の丸太材積の和として、(3) 式より

$$v = \frac{\pi}{4} \sum_{j=1}^m t_j^2 \left[\left(\frac{d_j}{t_j} \right)^2 + \frac{d_j}{t_j} + \frac{1}{r_j} \right] \cdot l_j$$

となるが、ここで、次の三つの仮定、

5° t_j は各区分を通じて一定 (= t)

6° r_j は各区分を通じて一定 (= r)

7° 根元直径 d_0 は、 t の整数倍

(この場合は、 $d_0 = (m+1)t$)

を設けると、上式は次のように変形される。

$$v = \frac{\pi \cdot t^2}{2} \left[\sum_{j=1}^m h_j' + \frac{1}{2r} \sum_{j=1}^m l_j \right] \quad (4)$$

ただし、

h_j' : h_j の累積和 (= $h_1 + h_2 + \dots + h_j$)

h_j : 伐採点より第 j 区分の末口断面までの高さ (= $l_1 + l_2 + \dots + l_j$)

このように、立木の樹幹丸太材積 V は、 l_j もしくは h_j の累積和から直接に求められる。HA が height accumulation と呼ばれるゆえんは、まさしくここにある。なお、形状指数 r は、適当な基準をもとに測定データから同時に定められる。他方、 t や m の大きさは、測定目的と精度に依存している (図-1)。

さて、本節の目的は、上記の求積式が林分区分求積に適用できるか否かを検討することにある。

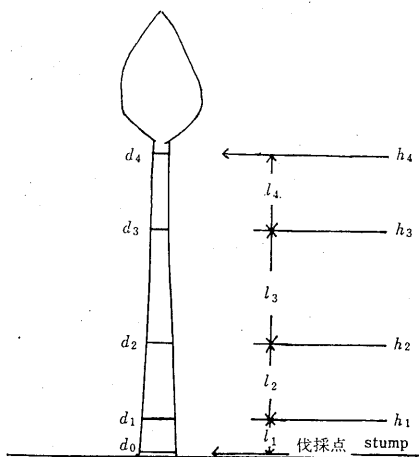


図-1. 立木の区分

Sectional tree measurement

まず、(4) 式を直接林分樹幹に適用してみよう。その区分求積値を $\hat{V}_I$ とすると、

$$\hat{V}_I = \frac{\pi \cdot t^2}{2} \left[\sum_{j=1}^m H_j' + \frac{1}{2R} \sum_{j=1}^m L_j \right] \quad (5)$$

ここで

H_j' : $= H_1 + H_2 + \dots + H_j$

H_j : $= L_1 + L_2 + \dots + L_j$

R : 林分樹幹の形状指数

となる。 L_j は前述した林分樹幹の第 j 区分の長さである。

他方、各立木の幹材積を V_i 、その林分合計値を V_I とすると、(4) 式から

$$V_I = \sum_{i=1}^N V_i = \frac{\pi \cdot t^2}{2} \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m h_{ij}' + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2r_i} \sum_{j=1}^m l_{ij} \right]$$

ここで、次の仮定

8° 形状指数 r_i と区分の長さ l_{ij} は無相関である。

この性質は j のいかんによらない。

をおくと、上式は

$$V_I = \frac{\pi}{2} \cdot t^2 \cdot \left[\sum_{j=1}^m H_j' + \frac{1}{2\bar{r}} \cdot \lambda \cdot \sum_{j=1}^m L_j \right]$$

と変形される。ただし、

$\bar{r}$: 形状指数 r_i の平均 ($= \sum_{i=1}^N r_i / N$)

λ : $= 1 + C_r^2$ (修正係数)

C_r : 形状指数 r_i の変動係数

ところで、 $\hat{V}_I$ は V_I の近似値であるが、林分樹幹の形状指数を

$$R = \bar{r} / \lambda \quad (6)$$

と定めると、両者は一致する。このように、林分樹幹の形状指数 R は各立木の形状指数の平均 $\bar{r}$ より若干小さく

なる。HA の公式を用いて林分区分求積を行なう場合、これは特に注意すべき点である。

次に、林分樹幹に (3) 式を適用すれば、林分樹幹の各区分材積式として

$$V_{Ij} = \frac{\pi \cdot t^2}{4} \left[\frac{d_j^2}{t^2} + \frac{d_j}{t} + \frac{1}{R} \right] \cdot L_j \quad (7)$$

が得られる。ただし、 R は (6) 式の関係を満たしているものとする。やはりこの場合も、形状指数として $\bar{r}$ を用いることはできない。この V_{Ij} は、末口直径階別の仮想丸太 (末口直径階を同じくする丸太の合併、その長さは L_j) の体積をあらわす。

さらに、HA の表面積公式を用いれば、林分樹幹またはその区分の表面積についても同様の議論が成り立つ (2)。たとえば、各区分の表面積を S_{Ij} とすると、

$$\begin{aligned} S_{Ij} &= \pi \cdot t \cdot L_j \left(\frac{d_j}{t} + \frac{1}{2} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{t}{2L_j} \right)^2} \\ &\doteq \pi \cdot t \cdot L_j \left(\frac{d_j}{t} + \frac{1}{2} \right) \end{aligned}$$

となる。

この式の特徴は、その中に形状指数を含んでいないことである。したがって、仮想丸太の長さ L_j が正しく推定できれば、ただちにその表面積も明らかとなる。これに対応して、林分樹幹の全表面積は、5°, 7° の仮定の下で、

$$S_I = \pi \cdot t \cdot \left(\sum_{j=1}^m H_j + \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^m L_j \right)$$

となる。

ついでに、(7) 式の対比として、カウントされた各区分の形状を知れば、つまり切断径とその切断点が所属する区分の形状を知れば、第 j 区分の材積合計 V_{Ij} の推定値が得られることを示そう。

まず、

$$a_{ij} = \frac{\pi}{4} \cdot t^2 \cdot \left(\frac{d_j^2}{t^2} + \frac{d_j}{t} + \frac{1}{r_i} \right)$$

とおいて

$$k \cdot \sum_{i=1}^N a_{ij} \cdot X_{ij}$$

なる変量の期待値を考えよう。

$$\begin{aligned} E \left[k \cdot \sum_{i=1}^N a_{ij} \cdot X_{ij} \right] &= k \cdot \sum_{i=1}^N a_{ij} \cdot E(X_{ij}) \\ &= k \cdot \sum_{i=1}^N a_{ij} \cdot \frac{l_{ij}}{k} \quad (\text{前節参照}) \\ &= \sum_{i=1}^N a_{ij} \cdot l_{ij} = \sum_{i=1}^N v_{ij} \\ &= V_{Ij} \end{aligned}$$

ここで

v_{ij} : 立木 i の第 j 区分の体積

これは、 a_{ij} の和の標本平均に k を掛ければ、 V_{Ij} の推定値が得られることを示している。 a_{ij} に含まれる変量は形状指数 r_i のみである (j は固定)。カウントされた区分の形状を測定しておけば、 L_j と R の推定が同時に達成されるわけである。

以上で、末口直径階別の仮想丸太の長さ L_j 、体積 V_{Ij} 、表面積 S_{Ij} 、およびそれらの合計値 L 、 V_I 、 S_I を求める公式がすべて得られたことになる。その際必要とする作業は、切断径と形状指数の測定である。本稿の試みが成功するか否かは、ひとえに、これらの量の測定精度と能率にかかっている。そこで、この点について若干の考察をしておきたい (詳細は後報の予定)。

切断径の測定誤差は、各区分のカウント数に影響を与え、それは結局、 L_j の推定誤差となって現われる。この誤差を回避するためには、精度の高い上部直径測定器、たとえば英国製のデンドロメーター、テレレラスコープ等を使用せねばならないが、そうすると今度は能率が問題になってこよう。

他方、GROSENBAUGH (2) は、末口直径が元口直径の 70% 以上の丸太の求積にあたっては、(3) 式を用いる限り形状指数測定の誤差を無視することが可能であり、さらに、上下直径差 (taper step) t の値を適切に選びさえすれば、ほとんどの場合、幹形として円錐体 ($r=3$) を仮定してさしつかえないと述べている。しかし、 t の値をあまり小さく定めると、 L_j の推定に対する切断径の測定誤差の影響が大きくなる。つまり、切断径による区分の判定に誤差が生じやすくなる。また、 t の値を小さくするということは、仮想丸太の長さ L_j 自体を小さくすることであるから、結局これは、 L_j の推定に含まれるサンプリング誤差を大きくすることにつながる (前節参照)。逆に、 t の値を大きくとれば、 L_j の推定精度は高まるが、今度は丸太の求積に対する形状指数の測定誤差の影響を無視できなくなる。したがって、形状指数の測定に慎重を期さねばならない。このように、 t の大小は、切断径と形状指数の測定に深い関連性をもっている。

IV あ と が き

本稿は、あくまでも、林分を末口直径階別にみる試法——林分区分求積法——の序論的考察にすぎない。これに続いて、測定誤差とサンプリング誤差、功程、末口直径階別仮想丸太の長さ・体積・表面積と林分の丸太利用材積の関係等の問題を実践的に検討してゆく予定である。

引用文献

- (1) BITTERLICH, W.: Die Weiterentwicklung der optischen Zählmessung in der Bestandesaufnahme. Allg. Forstztg. 66: 185~186, 1955
- (2) GROSENBAUGH, L. R.: New tree measurement concepts: height-accumulation, giant tree, taper and shape. Southern Forest Exp. Sta. Occas. Pap. 134: 1~32, 1954
- (3) 平田種男: Bitterlich の林分区分求積——B-H-Messung. 日林誌 40: 27~29, 1958
- (4) ———: 可変プロット法の精度. 東大演報 54: 1~17, 1958
- (5) 箕輪光博: 上部直径にもとづく林分材積の推定. 日林誌 58: 112~115, 1976
- (6) STRAND, L.: «Relaskopisk» høyde-og kubikkmassebestemmelse (Summary: «Relascope» determination of height and volume). Særtrykk fra Norsk Skogbruk No. 20, 1957

(1976 年 9 月 17 日受理)

抄 録

○カンバ属 2 種のさまざまな個体群における新条伸長の季節現象

SHARIK, T. L. & BARNES, B. V.: Phenology of shoot growth among diverse populations of yellow birch (*Betula alleghaniensis*) and sweet birch (*B. lenta*). Can. J. Bot. 54: 2122~2129, 1976

北アメリカ東北部に分布する近縁の 2 種のカンバ, *Betula alleghaniensis* と *B. lenta* について, 生長の季節現象の個体群間および種間の変異をしらべた。緯度差が 9° 以上, 標高差が 914 m ある地域内の 24 地点で母樹を選定した。母樹は胸高直径 20~30 cm, 樹高 15~20 m の優勢木または準優勢木で, 平均樹齢は *B. alleghaniensis* で 50 年, *B. lenta* で 30 年であった。原則として 1 地点・1 樹種につき 10 本の母樹を選定したが, 結実等の理由で実際に利用したのは 1~13 本であった。母樹から果実を採取し, 翌春ミシガン州ブライトン付近の苗圃に播種し, 発芽の翌年 2 年生の稚樹について観察を行なった。1 地点につき 5~34 本の稚樹を観察した。

5 月 2 日に開芽と葉の展開の状況をしらべた。開芽状況を 5 段階に分類し, 各段階に点数を与えて数量化した。7 月から 10 月まで新条の長さを 3~6 日間隔で測定した。期間伸長量が 5 mm 以下で, 頂端枯死と仮頂芽形成の直前の時期を, 伸長停止期とした。

開芽の段階と緯度との間には両種とも正の相関が認め

られた。すなわち高緯度地方産の個体群は, 低緯度産の個体群よりも開芽が早かった。しかし標高差による有意差はなかった。伸長停止期と産地の緯度および標高との間には, 両種とも負の相関が見いだされた。すなわち高緯度や標高の高い地点産の個体群は伸長停止が早く, 低緯度や低地産の個体群は伸長を長くつづけた。種間で比較すると, 同じ地域産のものであれば *B. alleghaniensis* のほうが, *B. lenta* よりも開芽も伸長停止も早かった。この現象は産地における母樹間においても認められた。

生長開始は主として温度に依存しているものと思われる。生育期間の短い地域で進化した個体群は, ある段階に達するまでに要求する温度量が少ないものと仮定すれば, 同一環境の苗圃で育てられた場合は高緯度産の個体群の開芽が早くなる。しかしこの実験結果からは, 標高の差と緯度の差とは必ずしも同じではないと思われる。伸長停止には日長が関連しているようであり, 高緯度産の個体群は伸長を早く停止する傾向がある。

この研究の結果は, カンバ属の季節現象は遺伝的に調節されており, 日長や温度への適応として進化してきたものだろうという従来の報告を確認している。*B. alleghaniensis* は *B. lenta* よりも寒冷地型の種であると考えられる。事実前者の分布中心地は後者よりも緯度で 3 度北方に, 標高で 244 m 高所にある。開花・結実などの他の季節現象も両種間に季節的な差がある。これが両種間の遺伝子交換を阻止する障壁となっていると思われる。

(菊沢喜八郎)