

とうもろこし内の風のスペクトル解析

誌名	農業気象
ISSN	00218588
巻/号	274
掲載ページ	p. 129-135
発行年月	1972年5月

農林水産省 農林水産技術会議事務局筑波産学連携支援センター
Tsukuba Business-Academia Cooperation Support Center, Agriculture, Forestry and Fisheries Research Council
Secretariat



とうもろこし内の風のスペクトル解析*

礪 部 誠 之
(農業技術研究所気象科)

A Spectral Analysis of Turbulence
in a Corn Canopy

Seishi ISOBE

(Division of Meteorology, National Institute of Agricultural Sciences,
Nishigahara, Kita-ku, Tokyo)

1. はしがき

植物群落内部の風の問題は、風による作物の倒伏、振動或は群落内でのガス状物質の輸送等に関して研究が行なわれて来た。これ等の中には平均風速の垂直分布(例えば INOUE 1963), 見かけの拡散係数を求めること(例えば 斎藤1962), 乱れの種々の統計量を求めたり更にエネルギースペクトルを求めるもの(例えば ALLEN 1968)等が含まれる。これ等はいずれも時間によらない風の平均状態を取扱っているの、空間的、時間的な経過を問題とする時には必ずしも意味のある情報を提供するものではなかつた。更に野外の実験的な測定においては、測器等の制限によつて低い周波数の成分しか測定されなかつたり(ALLEN 1968, McBEAN 1968, 斎藤ら1970), 風の方向について各成分の分離が十分ではなかつた。

この論文では、第1に比較的高周波の成分のエネルギースペクトルを測定すること、第2に時間的経過を追跡するために風の変化の位相の情報を取り入れた解析を行なうことを目的とした。これらの結果は、従来測定とその解析の困難さのために十分な実験の結果がない部分において一つの基礎となるものと思われる。

2. 解析の方法

ここで用いる方法は一般にフーリエ解析と呼ばれているものである。時間間隔 Δt で得られた風速計の出力の時系列 $u_i(t=0, 1, \dots, N-1)$ を離散的フーリエ変換

$$F_k = \Delta t \sum_{i=0}^{N-1} u_i \exp(-2\pi i k t / N), \quad (1)$$

によつて周波数に関する $F_k(k=0, 1, \dots, N-1)$ に変換する。ここで周波数の間隔 $\Delta\nu$ は $\Delta\nu=1/T$ で与えられ、 T は時系列の時間的長さである。式(1)から F_k は一般に複素数となり、明らかに次の周期条件を満足する

$$F_{k+N} = F_k \quad (2)$$

またデータの時系列が風速計の出力の様なときには、 u_i は実数であるから

$$F_{-k} = F_k^* \quad (3)$$

ここで*印は共役複素数を示す。従つて N 箇の F_k のうち半数だけ値がわかれば残りの半数は(2)及び(3)から求められる。式(1)から u_i の平均値 \bar{u} と F_0 との間には次の関係がある。

$$F_0 = \Delta t \sum_{i=0}^{N-1} u_i = N \Delta t \bar{u} \quad (4)$$

従つて $\bar{u}=0$ は $F_0=0$ に等しい。フーリエ変換における反転関係から式(1)を次の様に表現することが出来る

$$u_i = \Delta\nu \sum_{k=0}^{N-1} F_k \exp(2\pi i k t / N) \quad (5)$$

式(4)を用いれば常に u_i の平均値を零にすることが出来るから、以下の計算では u_i の平均値は零であるものとする。2点における2つの風速計の出力 $u_{1,t}, u_{2,t}$

* 昭和46年9月29日関東支部例会にて発表
昭和46年10月27日受理

の時間ずれを持つた共分散は

$$\text{cov}(n) = \frac{1}{N-n} \sum_{t=0}^{N-1-n} u_{1,t} u_{2,t+n} \quad (6)$$

但し $n \leq 0$ のときには u_1 と u_2 の順序を逆にするものとする。今、式(5)の関係をいれれば式(6)は次の様に書くことが出来る

$$\begin{aligned} \text{cov}(n) &= \frac{1}{T} \sum_{k'=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{T} F_{1,k'}^* F_{2,k} \exp(2\pi i k' n / N) \\ &\quad \times \exp(\pi i (k' - k)(N - n - 1) / N) \\ &\quad \times \frac{\sin(\pi(k' - k)(N - n) / N)}{(N - n) \text{sni}(\pi(k' - k) / N)} \quad (7) \end{aligned}$$

式(7)は $n < 0$ に対してもそのまま成立つことに注意する。この式は n が N に比して小さければ $k' \neq k$ の項からの寄与は小さいので近似的に次の様にあらわすことが出来る

$$\text{cov}(n) = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{T} F_{1,k}^* F_{2,k} \exp(2\pi i k n / N) \quad (8)$$

式(8)で $F_{1,k} = F_{2,k}$ とすれば自己共分散が得られ、それから u の自乗平均が求められることは明らかである。また(8)式から u のエネルギースペクトル(パワースペクトル) E_k は

$$E_k = \overline{|F_k|^2} / T \quad (9)$$

また相互スペクトル S_k は

$$S_k = \overline{F_{1,k}^* F_{2,k}} / T \quad (10)$$

となることがわかる。式(9)及(10)における上の横線は集合についての平均を示している。相互スペクトル S_k は一般に複素数であるから

$$S_k = C_k + iQ_k \quad (11)$$

と書くことが出来る。 C_k および Q_k は夫々 co-spectrum および quadrature-spectrum と呼ばれる。式(11)を極形式であらわせば

$$S_k = A_k \exp(i\Delta\Phi_k) \quad (12)$$

となり $\Delta\Phi_k$ が正であれば u_2 の周波数 k における位相が u_1 のそれよりも進んでいることをあらわし、負の場合には u_2 の位相がおくれていることを表現することになる。更に2点間で振動が伝播する見かけの時間は

$$s = \Delta\Phi_k / 2\pi k \Delta\nu \quad (13)$$

で求めることが出来る。

上の様な解析が意味を持つためには2点間の振動の周

波数成分の間に密接な関係がなければならないが、その関係の指標として coherence γ_k^2 を次によつて定義する

$$\gamma_k^2 = S_k^* S_k / E_{1,k} E_{2,k} \quad (14)$$

γ_k^2 は各周波数成分に対する相関係数の意味を持つている。以上述べられた量を求めるためには集団平均操作が必要となるが、自然条件下では同じ状態で実験をくりかえすことはほとんど不可能であるから、集団平均をとることは実際上不可能である。ここでは周波数幅に対する平均によつて集団平均をおきかえた。実際の計算では10~12箇の数値の平均値をとつた。

式(1)および(8)によつてフーリエ変換を計算する時、高速フーリエ変換の手法を用いることにより、従来の相関関数からスペクトルを求める方法に比較して大幅な計算時間の短縮が可能となつた。

3. 測器

2台の超音波風速計と1台の熱線風速計を平均高さが3mのとうもろこし畑内に設置した。超音波風速計の測定 span が20cmのものは高さ3mの位置に置き、他の span 7cmのものは時々移動させて高さ1.7mと85cmに置いた。熱線風速計は65~245cmの間を移動させ4高度で測定を行つた。他に平均値を求めるため3杯風速計5箇と熱電対風速計3箇および温度分布測定のために抵抗温度計を群落上および内部に設置した。これらの出力は全て記録紙上に記録された。

4. 風速成分の相互相関

測定の結果は Fig. 1 から Fig. 8 までに図示されている。超音波風速計の読取間隔は通常0.5秒、測定時間は10分である。Fig. 1 は3mと1.7mの高さの間の風の垂直成分の相互相関関数の変化を示している。時間の負の値は1.7mの高さにおける変化が3mの高さでの変化よりも先行することを意味する。図に2.6mの高さで3杯風速計で測定された平均風速の値が入れている。この図から垂直成分については相関関数の最大値はあまり風速に関係しないがその幅は風速が小さくなると増加する傾向にあることがわかる。Fig. 2 は水平成分の相互相関関数を示したものである。ここに図示された水平成分は2つの風速計が水平の同一方向に置かれたときの出力を意味し、必ずしも平均風向に一致しているものではない。これら2つの図で最も特徴的なことは、相関関数が時間のずれに対して対称でなく、時間のずれが負の場合が正の場合よりも大きくなつてきていることである。従つ

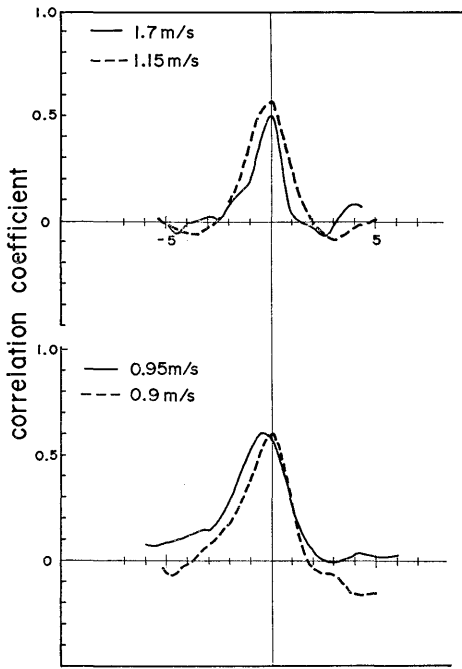


Fig. 1 Correlation coefficients between vertical velocities at 3 m and at 1.7 m against time delay in seconds. Values of wind speed entered in the figure are those at 2.6 m. The dashed curve below is from the data of sampling interval 0.1 sec and record length 2 min.

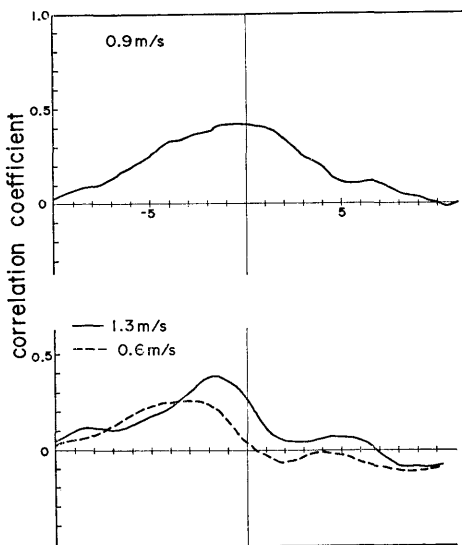


Fig. 2 Correlation coefficients between horizontal velocities at 3 m and at 1.7 m (above) and between those at 3 m and at 0.85 m (below).

て平均的には群落内部の風は群落上の風よりも先に変化することがわかる。このことは Fig. 1 の下の部分で風速の小さい時、時間関数の最大値が時間のずれの負の値にあらわれることに最もはつきりとしている。同じ図の下の破線は読取間隔 0.1 秒、測定時間 2 分のデータの相関関数を示したものである。ほぼ同じ条件でのこれらの相関の間の差は各周波数成分が異つた伝播速度を持っていることを暗示するが、このことは次のスペクトル解析によつて明らかにされる。水平成分の相関は垂直成分の相関に比してより巾の広い山を持っていることが特徴である。Fig. 2 の上半と下半の比較から相関関数の最大値の位置が群落内に入るほど時間のずれの負の方向に移

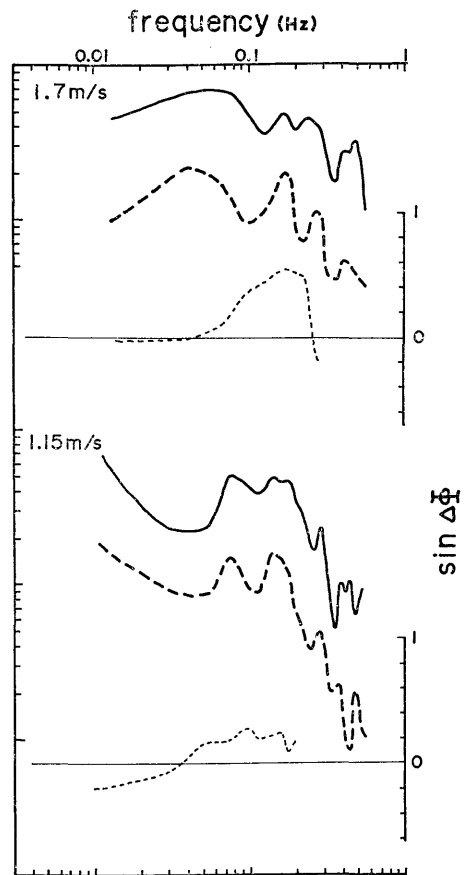


Fig. 3 Energy spectra of vertical velocities at 3 m (continuous curves) and at 1.7 m (dashed curves) and sine of the phase lead of velocity at 1.7 m relative to that at 3 m (dotted curves). Logarithm scale on the left shows relative magnitude of the energy spectra at the two levels. Value of wind speed at 2.6 m is shown for each set of curves.

動すること、この移動は風速が小さいほど大きくなること
 ができる。従つて少くとも 85cm 以上では風の変化は
 下部ほど早く生じ、その伝播速度は風速が大きいほど大
 きいことが結論される。Fig. 1 から明らかなように風
 速が大きいときには相関関数は比較的対称な形を持ち変
 化の同時性がよくなるが、これは風の強い時に生ずる幅
 の小さな高いパルス状の下向きの風の頻度が増すことに
 密接に関係していると考えられる。

5. スペクトル解析

図3, 4, 5は図1, 2に用いたデータのエネルギー
 スペクトルおよび位相差の計算結果を示すものである。
 位相差 $\Delta\theta$ はその正弦の値をとつて示しており、 $\Delta\theta$ が
 正の場合には低い高度の位相が高い位置の位相より進ん
 でいることになる。垂直方向の変動に対する Fig. 3 お
 よび Fig. 4 を見ると、高さ 1.7m のスペクトルは 0.11
 ~0.18Hz の間にはつきりとした極大値がありしかもこ

の周波数帯に対しては $\sin \Delta\theta$ の値は全て正になつてい
 る。図に示された周波数領域では $\cos \Delta\theta$ の値は正であ
 り、coherence は全て 0.5 以上の値を持つていた。従つ
 て $\sin \Delta\theta$ の正負は $\Delta\theta$ の正負と同じであり 3m の高
 さが振動と 1.7m の高さの振動の間には意味のある関係
 があつたものと考えられる。 $\Delta\theta$ が正であることから
 0.11~0.18Hz 帯にあるスペクトルの極大値を持つ成分
 は上方に伝播することが結論出来る。Fig. 4 の下半部
 は読取間隔 0.1 秒、記録時間 2 分のものであるが、明
 らかに低周波成分が小さく見積られていることがわか
 る。Fig. 3 および 4 から低周波においては振動が上部

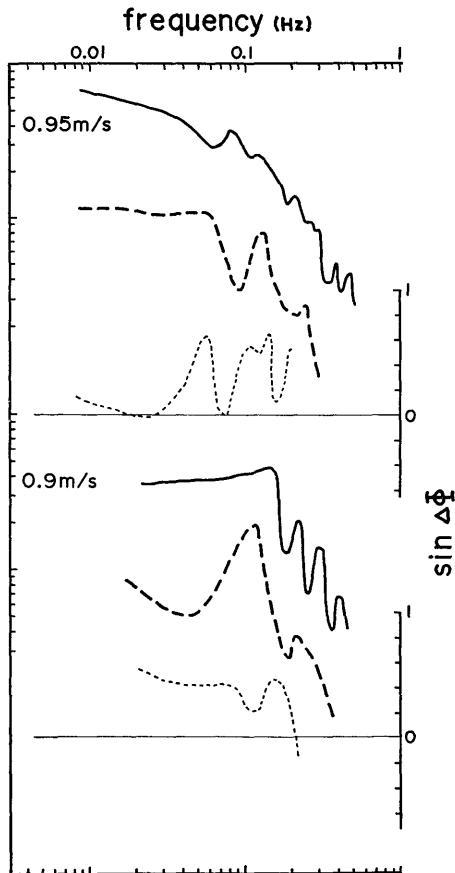


Fig. 4 See Figure 3 for legend. The set of curves below is from the data of sampling interval 0.1 sec.

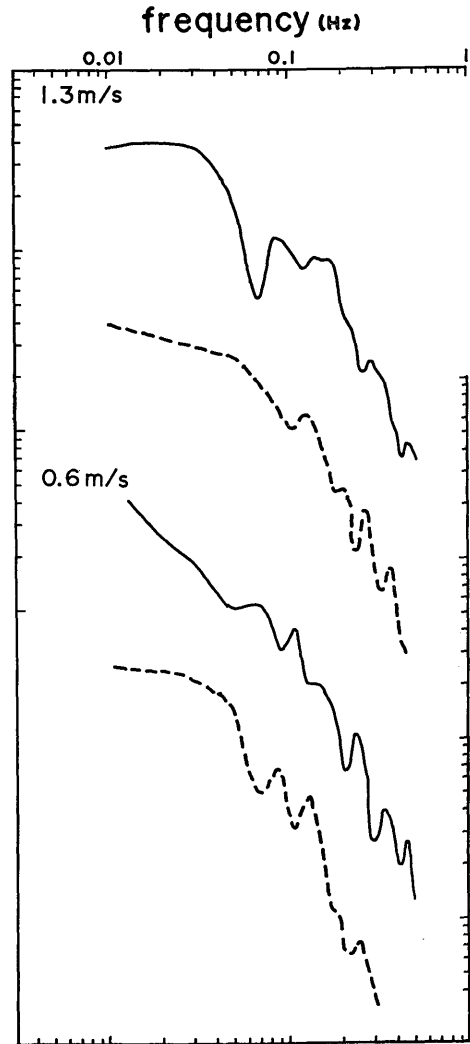


Fig. 5 Spectra of horizontal velocities at 3m (continuous curves) and at 85 cm (dashed curves). Values in m/s indicate wind speed at 2.6 m.

Table. 1 Summary of data relevant to spectra shown in Figures 7, 8 and 9.

ref. no.	level(cm)	U2.6(m/s)	time	day
11	245	1.5	1136	29. 7. 70
12	245	1.4	1041	29. 7. 70
13	245	0.9	1159	29. 7. 70
21	195	1.2	1026	29. 7. 70
22	195	1.1	1202	29. 7. 70
23	195	0.8	1144	29. 7. 70
24	195	0.4	1153	29. 7. 70
25	195	0.3	1043	29. 7. 70
31	135	2.0	1430	31. 7. 70
32	135	1.5	1452	31. 7. 70
33	135	0.8	1029	29. 7. 70
34	135	0.6	1130	29. 7. 70
35	135	0.5	2106	27. 7. 70
36	135	0.4	1031	29. 7. 70
37	135	0.3	2115	27. 7. 70
41	65	2.1	1333	31. 7. 70
42	65	1.6	1120	31. 7. 70
43	65	1.4	1420	31. 7. 70
44	65	1.1	1456	31. 7. 70
45	65	0.3	1613	30. 7. 70

から下部に伝播する傾向があることがわかる。また周波数の大きな側では $\sin \Delta\theta$ の値は負になる傾向があるが、この周波数帯について coherence の値が小さくなるので振動の伝播をきめることは困難である。以上のことから読取間隔と測定時間が変わることによって相関関数が変化することは明らかである。Fig. 5 は水平成分のエネルギースペクトルの例を示す。このときの coherence の値は小さいので位相差の正弦は図示していない。しかしスペクトルには垂直成分ほどはつきりしていないが 0.11~0.18Hz に極大値が見られる。これらの結果および前節の相関関数の変化から少なくとも 85cm の高さ以上では 0.11~0.18Hz 帯に特徴的な周波数成分が作られ、それが土方に伝播することが結論される。伝播速度は式 (13) を使って求められるが、位相差の計算には誤差が大きいため 2.6m の高さの風速との関係は明らかにすることが出来なかつた。

6. 高い周波数帯のエネルギースペクトル

熱線風速計を用いた 1~50Hz 帯のエネルギースペクトルの測定に対する読取間隔は 0.01秒、測定時間は通常 12秒である。Fig. 6, 7 および 8 はその結果を図示したものである。Table 1 に図示の各曲線に対応して測定日

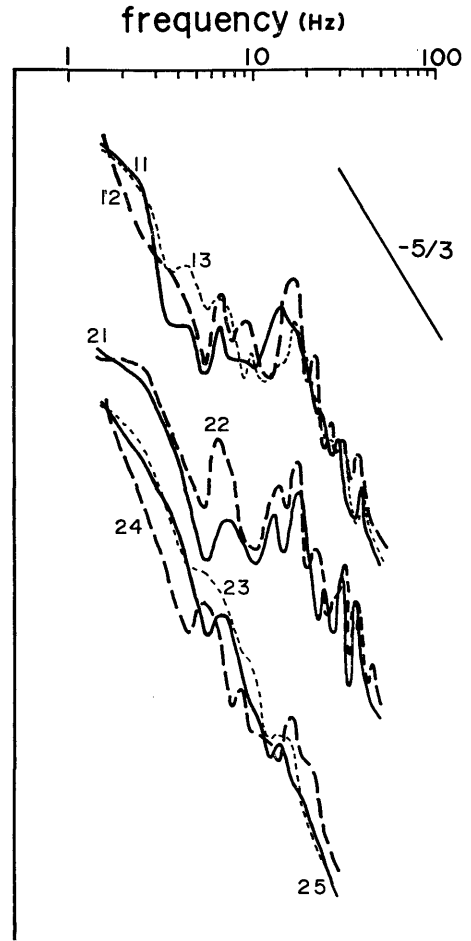


Fig. 6 Log-log plot of energy spectra for a range of high frequency. Arbitrary shift parallel to the ordinate is given to each curve for convenience of illustration. Numerals indicate reference numbers in Table 1.

時、高度および 2.6m の高さの風速のデータが示されている。この風速の値は 3 杯風速計の測定値であり、また測定時間が短いために局所的な風速の変動が大きいためから風の強弱についての粗い指示と考えるべきである。スペクトルの 3 つの図から、群落内ではエネルギースペクトルの周波数に対する減少が大きくなること、それは特に風の弱い場合に著しくなることがわかる。245cm および 195cm の高さではほぼ 6 Hz と 16Hz に極大値があらわれる。より低い高度でもこれらの周波数に小さな極大値があることが認められる。風が強い時 245cm と 195cm の高さのスペクトルはほぼ似た形になるが、風が弱くなると 195cm スペクトルには 6 Hz および 16Hz の極大値

がほとんどなくなり 245cm のスペクトルとは異なつて来る。以上のことから6 Hz および16Hz の成分の風の強い群落上部で生成ことするが明らかで、より下部ではこれらの成分が下へ伝播することになる。

いわゆる乱流スペクトルの $-5/3$ 乗則は図の低周波部分にだけ適用できるようである。特に群落下部では10 Hz 以上の高周波数については明らかに $-5/3$ 乗よりも負の大きなべき指数でスペクトルが減少する。図に示されているよりも風の強い条件では特に群落上部で高周波成分が非常に大きくなるのが記録から見られたが詳細な解析はまだなされていない。

とうもろこし上部では茎はほぼ垂直で直径が2~3 cm であり葉は幅が5~10cm であつた。この様な障害物に風が当たる場合に背後に出来るカルマン渦の周波数 f は次によつて与えられる

$$f = \frac{\sigma U}{d} \quad (15)$$

ここで d は棒の直径、 U は風速であり、 σ は無次元数 (Strouhal Number) である。 σ の値は乱れない風洞内では、ここに問題とする条件ではほぼ0.2となることがわかっている。この σ の値は孤立した島の背後に出来る渦の人工衛星写真の解析にも適用された (Tsuchiya 1969)。式 (15) に $d=2\text{cm}$ 、 $U=1\text{m/s}$ の値を入れると f は10Hz となり Fig. 6 で極大値が16 Hz にあるのに対し大分小さい周波数となる。そこで乱れの強さがほぼ10%である風洞内で種々の円筒および平板について σ の値を測定したところ0.27という値が得られた。この σ の値を使えば茎について周波数がほぼ14Hz になること、また最大の極大値の周波数の2番目の極大値の周波数との比がほぼ3となること等から245cm と195cm の高度

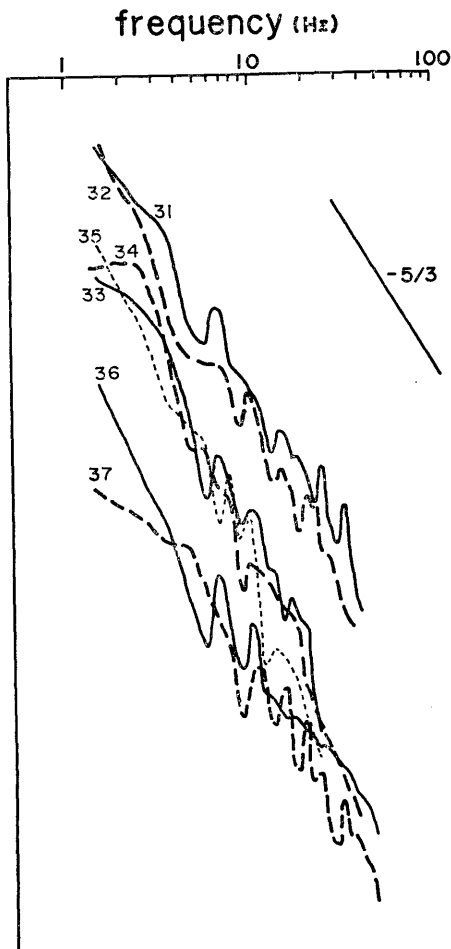


Fig. 7 See Figure 6 for legend.

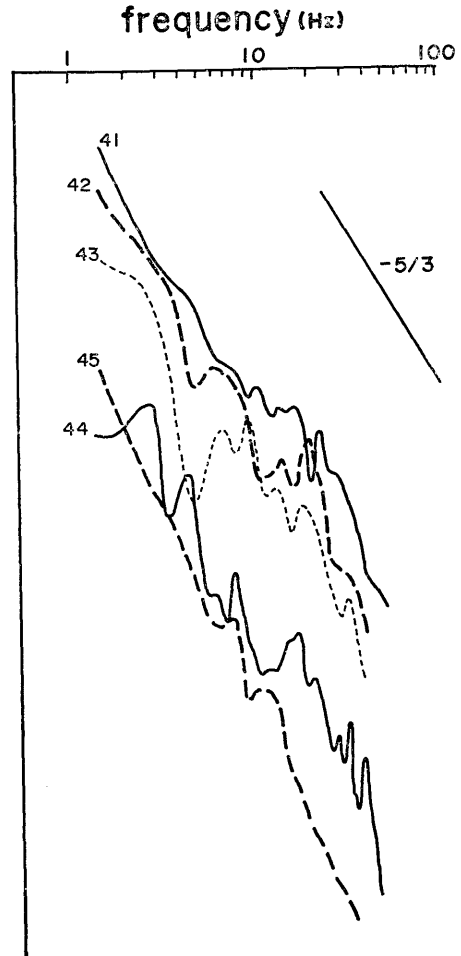


Fig. 8 Refer to Figure 6 for legend.

で現われるスペクトルの極大値は主として茎に原因するものであると考えられる。また野外条件と風洞内の極大値の幅を比較すると野外の場合にはるかに広い幅を持つことがわかった。

7. 議 論

相互スペクトルの解析から或る低周波数帯で下部から上部に伝播する成分が存在することが明らかにされたが、これは平板上の乱流境界層の研究で大きな渦が上方に伝播するという結果があることに類似している。また大きな渦が平均風速より早く風下方向に動くという乱流境界層での結論 (STERNBERG 1962) があるが、この観測では直接にそれをたしかめることは出来なかつた。しかし特徴的な低周波成分が伝播することが示されたことは、この周波数帯で上下方向に周波数が一定であることを意味するから間接的にこのような大きな渦が存在することを意味するものと考えられる。エネルギースペクトルの極大値の低周波側でスペクトルが $-5/3$ 乗則より小さくなるという議論があるが (ROTH 1971), 図示されたスペクトルにはその様な例が多い。

以上について詳細な議論は次の報告を参照されたい。

礫部誠之 1972 農業技術研究所報告 A19号。

なお計算には農林研究計算センターの電子計算機を使用した。

文 献

- 1) Allen, L.H., Jr. 1968: Turbulence and wind speed spectra within a Japanese larch plantation. *J. Appl. Meteor.*, **7**, 73-78.
- 2) Inoue, E. 1963: On the turbulent structure of air flow within crop canopies. *J. Met. Soc. Japan, Ser. II*, **41**, 317-326.
- 3) McBean, G.A. 1968: An investigation of turbulence within the forest. *J. Appl. Meteor.*, **7**, 410-416.
- 4) Roth, R. 1971: Turbulence spectra with two separated regions of production. *J. Appl. Meteor.*, **10**, 430-432.
- 5) 齋藤隆幸, 1962: 植物群落内部の蒸散量及び拡散係数の高度分布に対する熱収支法の適用, *農業気象*, **17**, 101-105.
- 6) 齋藤隆幸・永井良典・礫部誠之・堀部淑子, 1970: 植物群落内の気流の乱れについて, *農業気象*, **25**, 205-214.
- 7) Sternberg, J. 1962: A theory for the viscous sublayer of a turbulent flow. *J. Fluid Mech.*, **13**, 241-271.
- 8) Tsuchiya, K. 1969: The clouds with the shape of Kármán vortex street in the wake of Cheju Island, Korea. *J. Met. Soc. Japan, Ser II*, **47**, 457-465.

Summary

Signals from two uni-directional sonic anemometers at different levels in the canopy of mature corn of 3 m high have been analysed with the method of "fast Fourier transforms" to yield energy and cross spectra and cross correlation coefficients. The spectral analysis reveals the formation of characteristic components in a frequency range of 0.11 Hz to 0.18 Hz. These components are shown to travel upward at least above a level of 85 cm. The components in a range below the characteristic band of frequency seem to move downward. The cross correlation coefficients with time delay indicate that on the average the fluctuations of wind velocity travel upward and that the travelling speed increases with mean wind speed in the vegetation.

A constant-temperature hot-wire anemometer has provided the data for the energy spectra in a frequency range of 1 Hz to 50 Hz and their variations with level and wind speed condition in the vegetation. The spectra disclose the excitation of distinctive frequency components under moderate to strong wind conditions. Supplementary measurements of energy spectra of turbulence behind cylinders and plates in a wind tunnel and their comparison with the spectra in the corn provide an interpretation for the distinctive components to be due to stems of the corn. No conspicuous extremals which could be attributed to leaves are found in the spectra.

For details, reference should be made to: Isobe, S. (1972) A spectral analysis of turbulence in a corn canopy. *Bull. Nat. Inst. Agric. Sci. (Japan), Ser. A, No. 19*, 101-113.