

線型モデルによる収獲予定法の研究(1)

0-1計画法の適用

誌名	日本林學會誌 = Journal of the Japanese Forestry Society
ISSN	0021485X
著者名	南雲,秀次郎
発行元	日本林學會
巻/号	56巻4号
巻号補足	
掲載ページ	p. 128-135
発行年月	1974年4月

農林水産省 農林水産技術会議事務局筑波産学連携支援センター
Tsukuba Business-Academia Cooperation Support Center, Agriculture, Forestry and Fisheries Research Council
Secretariat



論 文

線型モデルによる収獲予定法の研究 (I)*

—0-1 計画法の適用—

南雲秀次郎**

Studies on the Method of Regulation of Yield by Linear Models (I)*

—An Application of Binary Programming—

Hidejiro NAGUMO**

Summary: 1. This paper presents mathematical formulation of forest yield plan by zero-one integer programming and an example of applying this model to a real world problem.

2. The above-stated model is as follows:

Find a vector $x = (x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1k}, x_{21}, \dots, x_{2k}, \dots, x_{n1}, \dots, x_{nk})$ which maximizes the linear functional

$$F(x) = \sum_{i,j} b_{ij} x_{ij}$$

subject to the conditions

$$\sum_j x_{ij} = 1 \quad (i=1, 2, \dots, n),$$

$$\sum_i a_i x_{ij} \leq \frac{S}{k} + \Delta S \quad (j=1, 2, \dots, k),$$

$$\sum_i a_i x_{ij} \geq \frac{S}{k} - \Delta S \quad (j=1, 2, \dots, k),$$

and $x_{ij} = 0, 1$ (for all i, j),

where k ; total working periods to bring the object into normal forest,

i , a subscript referring to the stand number,

j , a subscript referring to the working period in which a stand is harvested and reforested,

x_{ij} $\begin{cases} 1 & \text{if the } i^{\text{th}} \text{ stand is harvested in } j^{\text{th}} \text{ working period,} \\ 0 & \text{if the } i^{\text{th}} \text{ stand is left unharvested,} \end{cases}$

b_{ij} the yield volume expected from i^{th} stand in j^{th} working period,

a_i area of i^{th} stand,

S total area of the working group,

ΔS the deficit and excess of area allowable for the working group to be normal.

According to the above formula every stand must be harvested only once in k working periods, which is a very severe condition. So a modification was made which allowed every stand to be harvested and reforested once or twice in k working periods.

3. For the determination of the forest road network, "the travelling salesman" model is employed, which is defined as follows: There is a timber yard in the forest from where the forest road starts. It runs through every stand once and only once, then returns to the original point. The network to be chosen must be the one which minimizes the total cost of construction.

4. The time table of constructing this road network is so decided that the optimum cutting order of stands which is determined by the above forest yield plan can be put in execution.

要 旨: 1. 0-1 計画法により平分法に基づく森林施業計画のモデルの定式化を行ない ((1)~(4) 式), これをモデル森林に適用した (図-1, 表-1)。

* 本研究の一部は昭和 47 年度文部省科学研究費による

** 名古屋大学農学部 Fac. of Agr. Nagoya Univ., Nagoya

2. 森林施業計画では、その計画を実行する上で林道網計画が同時に決定されていなければならない。ここでは“巡回セールスマンの問題”の手法に基づいて林道網計画モデルを考えた。それは、森林内のすべての林分を一回ずつ通りその林道開設費用を最小にする林道網である。

3. 上記手法により林道網を決定し、その林道網の開設進捗を上記施業計画モデルに基づく最適施業順序との相互の関連の下で決定した(表-4)。

4. モデル森林を対象とした計画では8分岐後にこの森林を法正齢級配置にすることを目的とした。しかし、この計画では、複伐がみとめられぬため過熟な林分を後の分岐まで残存させる結果となった。本論文では、0-1 計画法の特長性を利用して、複伐が可能なように施業モデルを拡張した((6)~(9)式)。

1. ま え が き

昭和 31 年、国有林合理化計画の口火をきった国有林経営計画の近代化をめぐる論争—いわゆる森林経理学論争—はわが国の森林経理学の歴史の上で極めて重要な論争であった。

この論争において小沢は従来の森林経理学を批判し、新しい国有林経営計画は従来の森林経理学の理論に基づかないものであると宣言した¹⁾。

確かに、わが国の高度経済成長政策開始の時期において、森林施業の水準を現実の森林生長量を基準にして定め、すべての森林を直接法正林に仕立てることを要求している森林経理学の理論は、森林生産力を急速に発展させることを使命と考えていた国有林の計画担当者にとって不合理なものと映ったことに相違ない。新たに決定された計画方式は、本来の限界を越えて適用されたため、後にさまざまな問題をひきおこすに至ったが、森林経営計画方式としては進歩的な面を持っていた。

しかし、この計画理論は従来の森林経理学を批判したものではあったが、森林経理学自体を否定したものではなかった。当時 2・3 の論者により指摘されたごとく新経営方式に盛られている概念は従来の諸概念と異質なものではなかった²⁾。

法正林、保続、事業区、作業級、伐採列区等の諸概念は長年にわたる森林経営の実践の中から析出してきたものであり、これらは合理的な森林経営をめざすかぎり不可欠なものである。新しい計画方式は、過去において体系化はされたが同時に固定化されてしまったものを、本来の計画技術として、その柔軟性を回復させようとした点に意義があったと筆者は考えている。

ところで、上記論争で何故森林経理学を否定するという主張がなされたのか。その理由は、新経営方式では森林経理学の中心的概念である法正林を否定したと称したためである。事実、改正された国有林野営規定では法正林という言葉は脱落していた。しからば何故除去したのか。筆者はこの理由を次のように考える。

国有林合理化計画の主要な目的は過熟老齢林を自由に伐採すること、そして、森林生産力を高める目的でその伐跡地を人工林化することであった。したがって、森林計画を策定する側からみれば法正林、法正蓄積、作業級などといった概念は上の目的の実現をはばむものであった。もちろん、さらに広い立場に立てば役立ったであろうが、古典的森林経理学はこのような目的に対しては直接的には障害となったのである。

しかし、はなばなしく発足した国有林の新計画も、その計画理論自体をみれば現代的なものとはいえない。

本来、合理的な行動を規定する計画においては、多くの代替案の中から最良のものを選択しなければならない。しかし、新方式にはこのような計画の最適化という思想が存在していなかった。もちろんこの事実は計画担当者の責任ではなく、計画理論の未発達にこそその原因を求めるべきであろう。

森林経理学は現在、森林計画の理論としては全く不完全なものである。しかし、これは否定さるべきものでない。現在の森林経理学は発展する基盤を持ちながらも、それがなお古典として確立されたままの状態で存在しているところに問題がある。特に収穫予定理論は現在要求されている水準とのギャップのはなはだしい分野である。この発展は現実の森林計画に即して数理計画法の成果を取り入れて行なわなければならない。

本研究は収穫予定法の確立を終局的な目的としているものである。なお、計算には名古屋大学計算機センターの FACOM 230-60 を使用した。

2. 森林計画モデル

古典的な森林経理学では、施業計画の究極的目標を現実の森林を法正林への誘導とその状態の維持においている。この法正状態における生産力は、造林技術や集運材技術に依存するものであり固定したものでない。しかし、生産力の最大化と安定化をはかるといふこの思想は、すべての生物資源管理に共通なものである。

収穫予定法は、森林を法正状態を誘導する計画技術体

系である。その方法論は森林を誘導する手段により三種類に分類することが可能である。

まずはじめは、個々の林分を一つの施業単位とし年齢配置を整える伐区式施業である。この施業法の最も古いものが区劃輪伐法であり、これは後に材積配分法、平分法へと発展している。これらの基本的特徴は伐採個所が確定した後に収穫量が決定される点にある。

第二の種類に属するのは、はじめに森林の質的内容、例えば、蓄積、生長量、年齢配置等に注目し、これを法正状態へ誘導するために伐採量とか伐採面積を決定し、その後これを各森林に割りあてる方法である。この方法は論理的には前者のそれと決定の順序が逆になっている。年齢法、法正蓄積法などがこの範ちゅうに属する。

第三の種類は林分内の林木に着目する択伐林施業である。これは、例えば林木の直径分布を理想とする状態に誘導することを目標とし、伐採を単木的に決定する方法である。

現実の施業計画では、実質上は上に述べたような順序で決定が行なわれていない。施業計画の策定に当たっては、単に法正林への誘導という究極的目的以外に短期的な目的や多くの制約要因が存在する。例えば、森林施業に関して自然保護、防災などいわゆる公益的効用の保持や経営内部では労働力、林道等の各種の制約などがある。したがって、計画の担当者は施業計画の策定にあたってあらかじめ現場の実情に応じて各種の方法を検討し、そのうちで最も好ましいと考えられるものを選択する。この場合、上記区分とは別に各種の混合した方法を用いることも必要となる。

鈴木は林齢空間論を発展させてゆく過程で古典的法正状態について考察した³⁾。その中で、すべての森林の状態は年齢級面積を要素とする林齢空間上の一点と考えることができることと、この任意の一点から法正状態に対応する林齢空間上の特殊な一点へ誘導する道すじを決定することが施業計画の基本的内容であり、その最適経路は線型計画法によって決定できることを示した。

これは直接的には上述の第二の収穫予定法の定式化であった。この方法論はその質的内容を変更することなく択伐施業モデルに適用することが可能である。これは林齢空間にかかわってこれと同質な空間を直径空間と定義し、林木の直径分布をこの空間上の一点と考えることである。この場合、直径分布の移動を直径遷移確率で行なう点が第2の収穫予定法と相違する。筆者はこの方法で択伐林施業のモデルを研究した⁴⁾。

ここで第一の種類に属する収穫予定法の定式化を考えよう。簡単のため面積平分法を考察の対象とする。吉田

によれば面積平分法の収穫予定順序は以下の通り概括できる⁵⁾。

- i) 作業級を構成し、輪伐期を決定しこれを分期に分かつ。
- ii) 森林区画を行なう。すなわち、森林を適当な形状、大きさを有する林班に分かつ。
- iii) 各林班の施業の所属分期を決定する。この場合、各林班の林齢、立木状態のみによらず、年齢配置の状態を将来法正ならしめることを考慮する。
- iv) 各分期の森林面積を合計し、必要に応じて所属分期の繰り上げまたは繰り下げを行ない、法正分期面積に等しからしめる。
- v) 材積収穫を第一分期に対して決定する。

以上の作業では要するに作業級を構成し、輪伐期を決定した後、同一作業級内の林班に関してその施業する時期を決定することが基本的な内容である。

ここでこの問題の定式化を考えよう。この中心的問題は任意の林班の伐採時期を決定することである。これが決定され、伐採にひきつづいて造林が行なわれれば必然的に後の施業が決定されることになる。

いま a_i を i 林班の面積、 S を所属する作業級の総面積とする ($\sum_{i=1}^N a_i = S$)。また、 $x_{i,j}$ を i 林班を j 分期に収穫する割合であると定義する。すると

$$\sum_{j=1}^k x_{i,j} = 1 \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^N a_i x_{i,j} = \frac{S}{k} \quad (j=1, 2, \dots, k) \quad (2)$$

$$x_{i,j} = 0 \text{ または } 1 \quad (3)$$

(1) はすべての林班は k 分期内に必ず伐採されること、(3) の条件よりその施業は林班を最小単位として行なわれることを示している。(2) は各分期の収穫面積が法正分期面積であることを意味している。伐採後必ず同分期内に造林するものと規定すれば、 k 分期後に S/k を法正年齢級面積とする森林ができあがることになる。

普通、各林班の面積は等しくない。したがって、上の方程式に解は存在しない。そこで条件 (2) をゆるめる必要がある。たとえば

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N a_i x_{i,j} &\leq \frac{S}{k} + \Delta S \\ \sum_{i=1}^N a_i x_{i,j} &\geq \frac{S}{k} - \Delta S \end{aligned} \quad (3)'$$

これは法正年齢級面積とは各分期面積が $\frac{S}{k} \pm \Delta S$ となることであると再定義したことになる。

もし収穫量について制約すべき条件が必要な場合に

は、新たに条件式を加えればよい。いま $b_{i,j}$ を i 林班を j 分期に伐採するときの収穫量とすれば

$$\sum_{i=1}^N b_{i,j} x_{i,j} \leq v + \Delta v$$

$$\sum_{i=1}^N b_{i,j} x_{i,j} \geq v - \Delta v \quad (4)$$

これは各分期の収穫量が $v \pm \Delta v$ であることを規定する条件式である。もし、間伐材も含める場合上式の左辺にその量を加えられなければならない。ここで収穫表が与えられていればこの計算は容易にできる。またこのモデルで複伐をみとめる定式化も可能である。これは後述する。

現実の経営では複数の作業級をもち、収穫量、伐採面積等に関する条件などは施業対象の森林全域に対して課せられるものもある。これも形式上は全く上と同様に定式化ができる。

上述の(1)から(4)までの条件を満たす計画は一般に多数個存在する。そこでこれらの計画のうちから経営上最も望ましいものを選択する必要がある。このためにはすべての計画を評価する基準が存在していなければならない。

普通、この評価の基準は計画に対応する収益の金額で与えられている。しかし、ここでは生産力の最大化と安定化をはかるとい生物資源管理の立場から、自然法則に基づく制約、経営内部からの制約および社会から課せられた制約などの下で全期間の森林の収穫量を最大ならしめるとき計画を選択する方が望ましい。したがって最大化すべき目的関数は

$$F(x_{1,1}, \dots, x_{N,k}) = \sum_{i,j} b_{i,j} x_{i,j}$$

となる。

以上を通覧すると、この定式化は線型計画問題に類似している。しかし条件(3)により普通0-1問題(Binary problem)と呼ばれ線型計画問題とは異なる取り扱いをうけている。

以上により、伐区式作業を前提とする計画のモデルは0-1計画問題であることがわかった。ところで、現実の森林経営計画においては次の三点が基本的問題となる。

1) 森林に対していかなる施業を行なうか。これは作業法と伐期齢、回帰年の決定が基本的内容となる。すなわち、更新樹種、更新方法、撫育方法、人工林に関して伐期齢、また択伐林においては回帰年などの決定である。

2) 森林をどのような順序で施業してゆくか。これは時の流れの中で個々の林分の施業を行なう時点を決定す

ることである。

3) 森林内の林産物をどのように搬出し、また、森林施業をどのような手段で行なうか。これは林道網の問題である。すべての森林施業および作業体系は利用可能な林道によって制約を受ける。したがってここでは、森林に対して投入産出を行なってゆく上で最も効率のよい林道網を決定することが問題となる。これは2)においては“時”の中で決定がなされるのに反して、“時”を考慮せずに経営上最も望ましい林道の配置を考えるのである。

1)は森林経営上極めて重要な問題である。しかし、これは純粋な森林計画の立場からすれば計画策定の与件にすぎない。2)は森林計画そのものである。しかし3)を考慮しない計画は全く無意味なものとなる。

理想的な施業計画では、森林経営を行なってゆく上で最も望ましい林道の配置を決定し、この配置を前提にして2)の最適施業順序を決定することである。すなわち、最適施業順序に沿って施業が円滑に行なえるよう林道を建設し、施業が一巡したときこれと同時に最適林道網が完成しているごときのものであろう。しかし、この考え方は現実的でない。いま、ここで安定的に森林経営が行なわれている森林を考えよう。

ここで利用されている林道には、そのになっている機能にいくつかの分化がみられるようになる。一例としてこの機能を幹線、施業、作業と分類しよう。これらの機能は次のようなものである。

1) 幹線林道

森林全域を統轄し、すべての森林を結びつける機能をもち、森林内のすべての流域にまたがって建設される。その一端は必ず外部(県道、国道)と結びついていなければならない。常時、恒久的に利用される林道である。

2) 施業林道

一流域内でその地域の森林施業および森林管理を行なう目的で使用される林道である。この両端は必ず幹線林道または他の施業林道と結びついていなければならない。常時使用されるため最小限つねに使用できるような維持管理がなされていなければならない。

3) 作業林道

伐木集運材およびその後の造林等を行なう目的で使用される林道で、一端は施業林道と他端は森林の伐採点と結びついている。この林道は一時的に使用されるものであり、その維持管理も限られた期間利用できる程度でよい。

幹線林道が通じこれと対応して施業林道、作業林道ができて森林経営が行なわれてゆく過程で、当初、施業林

道や作業林道として建設されたものの中に、それぞれ幹線林道や施業林道のバイパスとして使用されるものが出てくる。これらは、その保有する機能に応じて格上げまたは格下げがなされる。

以上のような形で、林業経営が行なわれてゆく過程で、実践上の要求に基づいて林道の構造が形成される。そして、与えられた施業条件、林道技術の水準などから林業経営上必要かつ十分な林道網が完成する。このときその林道網が最適林道網であり、その林道密度が最適林道密度となる。林道網形成過程を以上のように考察すると、施業計画がこの問題に関与すべき範囲がきまってくる。すなわち、施業計画は幹線および施業林道に関してはその建設すべき時点を森林施業を行なう時点と関連づけた上で決定することである。

ところで林道網計画はいかに進められるか。これに関して理論的な規定はほとんどない。現実には、具体的な路網の決定は現場の状況に応じて個人的判断で行なわれることが多い。しかし、この分野に数理的考え方を導入することが有効な場合もある。

最も単純な林道計画のモデルは森林内に道路が通過すべき点を決定し、これらの点を結んだ回路網を林道網とするものである。ここで点の結びつけ方はある種の効用を最大化するように行なうことである。

ここで、モデル森林を対象としてこれまでの考え方を適用しよう。

3. モデル森林に対する適用例

モデルとなる森林は 図-1 の通りである。これは 1 から 10 までの 10 個の林分からできている。いまこの 10 林分を 1 作業級として伐区式施業を行なってゆく経営体を考える。

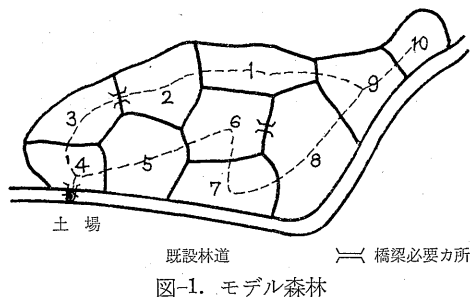


図-1. モデル森林

この森林の林縁を既設林道が通り、その一端に土場が存在している。ここで問題は、この林分全体を通る施業林道を決定し、その路線を建設しつつ森林施業を行なってゆく計画をたてることである。森林の現況は 表-1 の

表-1. 森林の現況

林 分	面積 (ha)	樹 種	齢 級
1	64.0	スギ	10
2	69.6	スギ	2
3	52.9	スギ	9
4	54.2	スギ	8
5	45.8	スギ	7
6	54.0	スギ	8
7	60.0	スギ	1
8	38.5	スギ	12
9	33.8	スギ	12
10	61.3	スギ	10
面積合計	534.1		

注 地位はすべて中

通りである。

3-1 林道網決定問題

ここでは簡単に次のように施業林道網決定の目的を規定する。この施業林道は循環林道ですべての林分を 1 回のみ通り外部と土場地点で接しており、その結び方は林道の全建設費用を最小にするものでなければならない。林分間の林道建設費用は 表-2 の通りである。ここで空

表-2. 林道建設費 単位万円

林分	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1		116				105		173	138		
2	116		222*		190	93					
3		222*		75	117						
4			75		72						133*
5		190	117	72		106	127				40
6	105	93			106		98	224*			
7					127	98		84			15
8	173					224*			95		35
9	138							95		94	70
10									94		120
11				133*	40		15	35	70	120	

注 11 は既設林道 * は橋梁必要カ所

欄は林分が隣接していないか、または隣接していてもその開設に大きな障害があって経済的に建設が不可能なところである。

すべての点を一度ずつ通り費用最小で結ぶ回路網の問題は、巡回セールスマン (Travelling Salesman) の問題として数理論計画上有名な問題である。その解法はいろいろ報告されているが、現在分岐限定法 (Branch and Bound Method) が最もよく利用される。

この方法に基づいて解いた本問題の最小費用の林道網は (1, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1) という路線で総費用は 1,139 万円である (図-1)。なお、林分 10 はコースからはずれているため、9 から 10 へのルートのみは別個に決定した。

3-2 最適施業順序の決定

林道網を決定した後の問題は、これをいかに建設して

ゆくかということである。これは林分施業順序と関連する。ここで次のようにその目的を設定する。林分内の林分の施業時点が決定されたとき、その森林施業が可能になるように林道開設を行なわなければならない。

ここで、最適施業順序の決定には次の条件および目的を与える。

1. すべての林分を8分期(40年)以内に伐採する。
伐採跡地の更新は同一分期内に行なう。
2. 1分期内の伐採面積は 67 ± 20 ha 以内とする。
3. 土場に隣接する林分4は第一分期に伐採する。また、同分期内に林道建設が時間的に間にあわぬ1, 2, 7, 8, 9, 10 林分は2分期以降に施業する。
4. 7 齢級以下の林分は伐採しない。
5. 施業は林分単位で行なう。
6. 以上の条件の下で8分期間の総収穫量を最大とする。

表-3. 収穫予想表

林齢 (年)	主伐収穫量 (m ³)
30	270.8
35	328.0
40	373.8
45	414.8
50	452.0
55	484.4
60	512.4
65	537.5
70	559.3
75	577.9
80	591.6
85	591.6
90	591.6

定式化は以下の通りである。

$$F(x_{1,1}, \dots, x_{10,8}) = 64.0 \times 452.0 x_{1,1} + 64.0 \times 484.4 x_{1,2} + \dots + 61.3 \times 591.6 x_{10,8}$$

を最大とする。

条件 1

$$\begin{aligned} x_{1,1} + x_{1,2} + \dots + x_{1,8} &= 1 \\ x_{2,1} + x_{2,2} + \dots + x_{2,8} &= 1 \\ \vdots & \\ x_{10,1} + x_{10,2} + \dots + x_{10,8} &= 1 \end{aligned} \quad (1)$$

条件 2

$$\begin{aligned} 64.1x_{1,1} + 69.6x_{2,1} + \dots + 61.3x_{10,1} &\leq 67 + 20 \\ 64.1x_{1,1} + 69.6x_{2,1} + \dots + 61.3x_{10,1} &\geq 67 - 20 \\ 64.1x_{1,2} + 69.6x_{2,2} + \dots + 61.3x_{10,2} &\leq 67 + 20 \\ 64.1x_{1,2} + 69.6x_{2,2} + \dots + 61.3x_{10,2} &\geq 67 - 20 \\ \vdots & \\ 64.1x_{1,8} + 69.6x_{2,8} + \dots + 61.3x_{10,8} &\geq 67 - 20 \end{aligned} \quad (2)$$

条件 3

$$\begin{aligned} x_{4,1} &= 1 \quad x_{4,2} = x_{4,3} = \dots = x_{4,8} = 0 \\ x_{1,1} = x_{2,1} = x_{7,1} = x_{8,1} = x_{9,1} = x_{10,1} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

条件 4

$$\begin{aligned} x_{2,1} = x_{2,2} = \dots = x_{2,6} &= 0 \\ x_{5,1} &= 0 \\ x_{7,1} = x_{7,2} = \dots = x_{7,7} &= 0 \quad x_{7,8} = 1 \end{aligned} \quad (4)$$

条件 5

$$x_{i,j} = 0 \text{ または } 1 \quad (5)$$

以上の問題の最適解は

$$\begin{aligned} x_{1,3} = x_{2,7} = x_{3,5} = x_{4,1} = x_{5,6} = x_{6,4} = x_{7,8} = x_{8,6} \\ = x_{9,5} = x_{10,2} = 1 \end{aligned}$$

他の変数はすべて0

$$F(x_{1,1}, \dots, x_{10,8}) = 252,023.71 \text{ m}^3$$

以上により林分の施業順序が決定された。このことにより同時に林道開設時点も定まることになる(表-4)。

表-4. 林道の開設進度

分 期	1	2	3	4	5	6	7	8
林道が開設される林分	4,3	1,2 9,10		5,6		8		7

上の計画をみると、8分期後に法正齢級配置を作るための伐採面積制限が厳しい条件となった。この結果、過熟な林分を長期間放置せざるをえなくなった。これは経済的見地からすればあまり合理的なものではない。時には、法正状態の実現時期を後にずらし、伐採面積の条件をよりゆるやかにする方が望ましい場合も生じよう。この場合複伐の問題が生ずる。

そこで次に10分期後に法正状態を実現することとし、5 齢級未満の林分を伐採せぬこととして複伐を認める計画の定式化を考えよう。 $x_{i,j}$ を上述の意味に使い、新たに $y_{i,j}$ を i 林分を j 分期に再度伐採する割合であると定義しよう。新しい問題の定式化は次の通りである。

$$\begin{aligned} x_{1,1} + x_{1,2} + \dots + x_{1,10} &\leq 1 \\ x_{2,1} + x_{2,2} + \dots + x_{2,10} &\leq 1 \\ \vdots & \\ x_{10,1} + x_{10,2} + \dots + x_{10,10} &\leq 1 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} y_{1,7} + y_{1,8} + \dots + y_{1,10} &\leq 1 \\ y_{2,7} + y_{2,8} + \dots + y_{2,10} &\leq 1 \\ \vdots & \\ y_{10,7} + y_{10,8} + \dots + y_{10,10} &\leq 1 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 &x_{1,1}y_{1,7} + (x_{1,1} + x_{1,2})y_{1,8} + \dots + (x_{1,1} + x_{1,2} + x_{1,3} + x_{1,4})y_{1,10} \leq 1 \\
 &x_{2,1}y_{2,7} + (x_{2,1} + x_{2,2})y_{2,8} + \dots + (x_{2,1} + x_{2,2} + x_{2,3} + x_{2,4})y_{2,10} \leq 1 \\
 &\vdots \\
 &x_{10,1} + y_{10,7} + (x_{10,1} + x_{10,2})y_{10,8} + \dots + (x_{10,1} + x_{10,2} + x_{10,3} + x_{10,4})y_{10,10} \leq 1
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 &x_{i,j} = 0 \text{ または } 1 \\
 &y_{i,j} = 0 \text{ または } 1
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 &64.0[x_{1,10} + (x_{1,1} + \dots + x_{1,4})y_{1,10}] + \dots + 61.3[x_{10,10} + (x_{10,1} + \dots + x_{10,4})y_{10,10}] \leq 67 + 20 \\
 &64.0[x_{1,10} + (x_{1,1} + \dots + x_{1,4})y_{1,10}] + \dots + 61.3[x_{10,10} + (x_{10,1} + \dots + x_{10,4})y_{10,10}] \geq 67 - 20 \\
 &\vdots \\
 &64.0(x_{1,6} + x_{1,1}y_{1,7}) + \dots + 61.3(x_{10,6} + x_{10,1}x_{10,7}) \leq 67 + 20 \\
 &64.0(x_{1,6} + x_{1,1}y_{1,7}) + \dots + 61.3(x_{10,6} + x_{10,1}x_{10,7}) \geq 67 - 20 \\
 &\vdots \\
 &64.0x_{1,3} + \dots + 61.3x_{10,3} \leq 67 + 20 \\
 &64.0x_{1,3} + \dots + 61.3x_{10,3} \geq 67 - 20
 \end{aligned} \tag{10}$$

(6) 式は 10 分期内に既存の林分が 1 回以内の伐採が認められること, (7), (8), (9) 式は 4 分期末までに伐採された林分について再度の伐採が許されることを表わしている。

(10) 式は 10 分期末後 8 つの年齢をもつ法正年齢面積をつくることを規定している。すなわち, 最初の二つの式が第 1 年齢, 最後の二つの式が第 8 年齢の面積を規定している。

上の式はこれまでと異なり, 非線型の式が混在している。しかし, 0-1 問題ではこれらの式を次のように直ちに線型の式に変換することができる。いま, $x_{i,j}y_{i,k}$ を $z_{i,j,k}$ と表わせば

$$\begin{aligned}
 &x_{i,j} + y_{i,k} - z_{i,j,k} \leq 1 \\
 &-x_{i,j} - y_{i,k} - 2z_{i,j,k} \leq 0 \\
 &z_{i,j,k} = 0 \text{ または } 1
 \end{aligned} \tag{11}$$

このようにして条件式を加えると $z_{i,j,k}$ は $x_{i,j}$ と $y_{i,k}$ がともに値 1 をとるときのみ 1 をとる変数となる。したがって, 上の非線型式を含む式はすべて線型の式におきかえられたことになる。かくして, 最大にすべき目的関数は

$$\begin{aligned}
 &F(x_{1,1}, \dots, z_{10,4,10}) \\
 &= 64.0 \times 452.0x_{1,1} + \dots + 61.3 \times 591.6x_{10,10} \\
 &\quad + 64.0 \times 270.8 \times z_{1,1,6} + \dots \\
 &\quad + 61.3 \times 270.8 \times z_{10,4,10}
 \end{aligned}$$

となる。

4. 結 論

整数的線型計画問題の森林計画への応用に関しては, 筆者は 1967 年最初に言及し⁶⁾, これをさらに 0-1 問題として明確に 1970 年に提示した⁷⁾。しかし, これはすでに 0-1 問題を最初に研究したルーマニアの数学者 E.

BALAS によって 1963 年, 0-1 問題の提示と同時にその応用例として発表されていた^{8,9)}。

現在 0-1 問題を適用する際の最大の困難は, その計算過程で膨大な変数を取り扱はなければならないことである。この結果, 幾分でも実際の経営に近い規模の森林計画問題ではその計算が直ちに現在の電算機の処理容量を越えてしまう。たとえば, 上述の第一の問題でも変数 51, 条件式 23 であり, 第二の問題では変数 225, 条件式 38 となってしまった。現在この問題に対して能率よいアルゴリズムの開発が進められている。しかし, たとえこのようなアルゴリズムが完成しても, 定式化が上のままではこの困難が解消することはありえない。

これまで, 森林計画の策定はもっぱら経験的方法で行われてきた。ここで提示した方法はこれに代替しうるものでない。むしろ, この数理的方法は従来の手法を適用する過程でよりよい判断を行なう補助的手段として存在意義がある。

われわれは所与の条件の枠内で計画のすべての可能性を検討することは望ましい。しかし, 計画の常識から考えて, どうていありえないものまで考慮を払う必要はない。従来の方法ではこれをごく少数の範囲に限定していた。ところが, 上記計算過程で変数を膨大にしている原因はまさにこの判断の範囲を広げた結果なのである。もし, 判断の対象を現実性のあるもののみに限定するならば, その計算過程は十分現在の電算機で処理することができよう。

例 1 において計画として現実性ある条件を付加して限定した結果, 解の可能性を 90 万余通りから 120 通りに減少せしめることができた。

OR の世界でいわゆる Discreat Programming は急激に発展しつつある分野である。この応用範囲は非常に

広い。現在、多様な問題をかかえている森林施業計画問題にとって、真に有効な多くのモデルをこれによって構成することは森林経営学を発展させる上で重要な課題であろう。

引用文献

- 1) 小沢今朝芳：森林計画と国有林経営計画の展望。林業技術 174: 6~11, 1956
- 2) 嶺 一三：森林経営学は無用となったか？。林業技術 177: 4~7, 1956
- 3) 鈴木太七：木材の生産予測について II—林業における収獲予定の数学的研究—。53pp, 科学技術庁資料 53 号, 1963
- 4) 南雲秀次郎：択伐林の施業モデル。83 回日林講, 83~86,

1972

- 5) 吉田正男：理論森林経営学。352pp, 地球出版, 東京, 1950
- 6) 南雲秀次郎・弘中義夫：天然林開発計画に対する LP の一適用法 (II)。日林誌 50: 38~42, 1968
- 7) 南雲秀次郎：線型モデルによる収獲予定理論に関する研究。名演報 No. 5, 137~229, 1971
- 8) BALAS, E.: Linear Programming with zero-one Variables (in Rumanian), Proceedings of the Third Scientific Session on Statistics, Bucharest, December 5~7, 1963
- 9) ———: Mathematical Programming in Forest Management. (in Rumanian), Proceedings of the Third Scientific Session on Statistics, Bucharest, December 5~7, 1963

(1973 年 11 月 19 日受理)