

収獲予定のための0 - 1線型計画の解法 (3)

林道計画を取り入れた収獲予定法と適用事例

誌名	日本林學會誌 = Journal of the Japanese Forestry Society
ISSN	0021485X
著者名	木平, 勇吉
発行元	日本林學會
巻/号	64巻1号
巻号補足	
掲載ページ	p. 27-31
発行年月	1982年1月

農林水産省 農林水産技術会議事務局筑波産学連携支援センター
Tsukuba Business-Academia Cooperation Support Center, Agriculture, Forestry and Fisheries Research Council
Secretariat



短 報

収穫予定のための0-1線型計画の解法 (III)

林道計画を取り入れた収穫予定法と適用事例*

木 平 勇 吉**

I. は じ め に

収穫予定とは各小班の伐採すべき分期を決定する問題であると定義することができる。したがって、この問題は0-1線型計画を適用することにより一つの数理計画問題となる。

この0-1問題を解くことにより、与えられた条件のもとで最適な収穫予定を見つけたることができる。この目的のために、0-1問題の解法を先報(I)で報告した(I)。報告された解法は列挙法の一つで、その特徴は収穫予定に固有の性質を利用して列挙の一部分を省略することにより計算を加速するアルゴリズムにある。続いて報告(II)ではその解法の計算能力を調べ、問題の大きさと、それに要する計算時間との関係を明らかにした(2)。本報告で林道計画を収穫予定の要件として0-1線型計画に定式化する方法と、その適用事例を報告する。

さて収穫予定の中心課題は長期的立場から見た対象森林全体の利益と、短期的に見た小班という施業単位の利益という二つの評価基準を調和させることにある。この二つの利益のいずれを重視するかということから、森林純収穫説と土地純収穫説とが生まれ、これが収穫予定論の争点になったことは森林経営学の歴史でも有名な事実である(4)。0-1問題では全体としての利益は目的関数として扱われる。それに対し、小班の個別の事情や分期ごとの伐採量の要求は制約条件として取り扱われる。小班の個別の事情は次の三つの範疇に整理できる。(1) 林齢: 林分が伐期齢に達しているか否かという条件、(2) 林道: 林道が開設されているか否かという条件、(3) 施業要件: 法令等により施業が規制されているか否かという条件。

とくに「林道計画を考慮しない計画はまったく無意味なもの」(3)となるが、0-1問題による収穫予定においては小班という場所づけされた要素を扱うので、林道計画のような空間配置に関する事項と収穫計画との対応が可能となる。以下に林道計画を取り入れた収穫予定法を説明する。

II. 0-1 問題の定式化

n 個の小班で構成される森林について、将来 m 分期間の収穫予定を作ることとする。先報(I),(II)で述べたとおり各小班の伐採分期が決定されると、それを集計すれば全体としての各分期の伐採材積と伐採面積が算出されるから、各小班の伐採分期の組合せの一つのパターンに対して一つの収穫予定が対応する(6)。そこで収穫予定をそれぞれの小班の伐期決定問題と考えると0-1問題に作り上げる手順の一般原則を確認しておく。

まず、各小班について、それぞれの分期に変数 x_{ij} を割り当てる。 i は小班、 j は分期を意味する。

制約条件

(i) 変数は0(伐採しない)か1(伐採する)かのいずれかの値しか持たない。

$$x_{ij}=0 \text{ or } 1 \quad (i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m) \quad (1)$$

(ii) 各小班は計画期間中に必ず1度だけ伐採するものとする。

$$\sum_{j=1}^m x_{ij}=1 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

(iii) 各分期の伐採材積の下限は a_j 、上限は b_j とする。

$$a_j \leq \sum_{i=1}^n v_{ij} x_{ij} \leq b_j \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

ただし、 v_{ij} は i 小班の j 分期における伐期材積

(iv) 各小班に関する個別の制約として、まず、伐期齢に達していない小班は伐採の対象から除く。 p 小班は q 分期に伐期齢に達していないとする。

$$x_{pq}=0 \quad (4)$$

次に、林道が開設されていない小班はその分期の伐採の対象から除く。このために、図-1のように森林計画図の上に林道網を描き、小班と林道路線とを対応させる。林道網は既設路線と将来の開設予定路線とからなり、それぞれの路線の開設予定分期は林道計画により定められているとする。

* Yukichi KONOHIRA: An algorithm for solving zero-one integer programs which is oriented for yield prediction in forestry (III) Adoption of forest road planning and its application

** 信州大学農学部 Fac. of Agr., Shinshu Univ., Nagano 396

p' 小班は q' 分期に林道が開設されていないとする。

$$x_{p'q'}=0 \quad (5)$$

目的関数

以上の制約条件のもとで計画期間中の総伐採材積を目的関数として、その最大値を求める。

$$D = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m v_{ij} x_{ij} \quad \max \quad (6)$$

制約条件 (1)~(5), 目的関数 (6) により, 収穫予定問題は 0-1 線型計画そのものに組み立てられた。このように考えれば, 面積, 材積あるいは折衷平分法, または齢級法あるいは林分経済法などの収穫予定法を, 整数型 0-1 線型計画法に帰着させることができるのである (5)。

III. 適用事例

林道計画を取り入れた収穫予定の事例として, 20 個の小班からなる森林について, 将来 3 分期間の収穫予定を立てた。各小班的林齢, 面積, 伐期齢は表-1, 林道計画は図-1 のとおり与えられる。

この課題を計算機で解くには変数 x_{ij} を一連の番号を持つ変数 x_i に変換しておくことと便利である。そこで, 表-2 のとおり各小班的各分期へ変数 x_1 から x_{60} までを割り当て, その中で, 伐期齢に達しない分期の変数および林道が開設されていない分期の変数にはマークを付けた。これを 0-1 問題として, 次のとおり数式化した。

制約条件

(i) 変数は 0 か 1 かのいずれかの値しか持たない。

$$x_i = 0 \text{ or } 1 \quad (i=1, 2, \dots, 60) \quad (1)'$$

表-1. 対象小班の内容

小班名	林齢 (年)	伐期齢 (年)	林道の 開設 分期	面積 (ha)	伐期材積 (m ³)		
					分 期		
					1	2	3
11	45	50	3	8.5	2,490	2,680	2,850
7	50	60	2	8.2	3,020	3,180	3,330
1	40	40	既設	8.1	2,240	2,450	2,640
3	45	50	既設	7.6	2,330	2,500	2,660
4	30	40	1	7.0	1,700	1,970	2,200
13	60	40	既設	6.4	2,750	2,880	2,970
19	50	50	1	6.0	2,160	2,300	2,420
12	30	40	既設	5.3	1,230	1,420	1,590
5	45	50	2	4.8	1,440	1,550	1,650
6	50	55	3	4.2	1,330	1,410	1,480
8	45	50	2	3.6	1,110	1,200	1,270
16	40	45	1	3.1	970	1,070	1,150
20	50	45	1	2.8	880	940	990
17	30	40	1	2.3	540	620	700
15	50	40	2	1.9	720	760	800
2	40	50	既設	1.6	460	500	540
14	50	50	2	1.6	500	530	560
9	35	45	1	1.5	360	400	440
10	45	50	1	1.3	420	450	480
18	60	50	1	1.1	410	430	450

(ii) 各小班は計画期間中に必ず 1 度だけ伐採する。

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ \vdots \\ x_{58} + x_{59} + x_{60} = 1 \end{array} \right\} \quad (2)'$$

(iii) 各分期の伐採材積の下限 a_j と上限 b_j を設ける。 ($j=1, 2, 3$)

$$\left. \begin{array}{l} a_1 \leq 2,490 x_1 + 3,020 x_4 + \dots + 410 x_{58} \leq b_1 \\ a_2 \leq 2,680 x_2 + 3,180 x_5 + \dots + 430 x_{59} \leq b_2 \\ a_3 \leq 2,850 x_3 + 3,330 x_6 + \dots + 450 x_{60} \leq b_3 \end{array} \right\} \quad (3)'$$

(iv) 伐期齢に達していない小班は伐採の対象から除く。

$$\begin{aligned} x_1 &= x_4 = x_5 = x_{10} = x_{13} = x_{14} = x_{22} = x_{23} = x_{25} \\ &= x_{28} = x_{31} = x_{34} = x_{40} = x_{41} = x_{46} = x_{47} \\ &= x_{52} = x_{53} = x_{55} = 0 \end{aligned} \quad (4)'$$

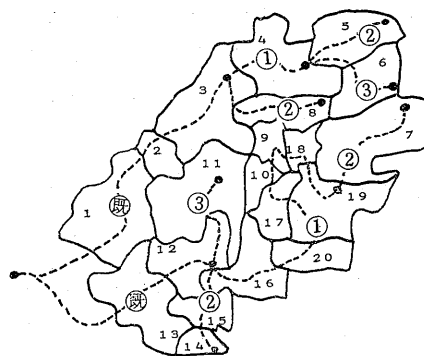


図-1. 林道計画

① 開設予定分期

表-2. 伐期齢, 林道の制約

小班名	分 期		
	1	2	3
11	[(x ₁)]	[x ₂]	x ₃
7	[(x ₄)]	(x ₅)	x ₆
1	x ₇	x ₈	x ₉
3	(x ₁₀)	x ₁₁	x ₁₂
4	(x ₁₃)	(x ₁₄)	x ₁₅
13	x ₁₆	x ₁₇	x ₁₈
19	x ₁₉	x ₂₀	x ₂₁
12	(x ₂₂)	(x ₂₃)	x ₂₄
5	[(x ₂₅)]	x ₂₆	x ₂₇
6	[(x ₂₈)]	[x ₂₉]	x ₃₀
8	[(x ₃₁)]	x ₃₂	x ₃₃
16	(x ₃₄)	x ₃₅	x ₃₆
20	x ₃₇	x ₃₈	x ₃₉
17	(x ₄₀)	(x ₄₁)	x ₄₂
15	[(x ₄₃)]	x ₄₄	x ₄₅
2	(x ₄₆)	(x ₄₇)	x ₄₈
14	[x ₄₉]	x ₅₀	x ₅₁
9	(x ₅₂)	(x ₅₃)	x ₅₄
10	(x ₅₅)	x ₅₆	x ₅₇
18	x ₅₈	x ₅₉	x ₆₀

() 伐期齢に達しない分期

[] 林道が開設されていない分期

(v) 林道が開設されていない小班は伐採の対象から除く。

$$x_1 = x_2 = x_4 = x_{25} = x_{28} = x_{29} = x_{31} = x_{43} = x_{49} = 0 \quad (5)'$$

目的関数

計画期間中の総伐採材積を最大にする。

$$D = 2,490 x_1 + 2,680 x_2 + \dots + 450 x_{60} \quad \max \quad (6)'$$

さて、林齢あるいは林道の制約条件を収穫予定に含める場合と、含めない場合との差を調べるために、次の三つの問題 A, B, C を設けた。

1. 各分期の伐採材積の許容範囲と解

表-3 のとおり設定された問題 A, B, C を解くために、各分期の伐採材積の下限、上限として、次の3通りを設けた。なお伐採面積の制約は設けない。

伐採材積の下限	上限 (m ³)
(I)	8,000 14,000
(II)	9,500 10,500
(III)	9,800 10,000

以上の問題 A, B, C それぞれについて3通りの条件を先報 (I) で報告した FOA プログラムにより解き、表-4、図-2 の解を得た。この結果を考察する。

(i) 図-2 のとおり (I) の場合は、伐採材積の許容範囲が広いので、問題 A, B, C のいずれにも最適解が存在する。そして、分期ごとの伐採量のパターンは類似している。最終分期に伐採が集中している。このことは伐採を遅らせるほどその間に林分は成長するからである。

(ii) (I) の場合、目的関数である総伐採材積は問題 A, B, C について $29,920 > 29,710 > 29,680$ (m³) の順序となる。個別の小班に関する制約条件がなにもない問題 A が最大の収穫を得るのに対し、林齢と林道という

表-3. 設定された問題

問題名	問題の内容	目的関数	制約式
A	個別の事情を無視した場合	(6)'	(1)', (2)', (3)'
B	林齢要件を取り入れた場合	(6)'	(1)', (2)', (3)', (4)'
C	林齢要件と林道要件を取り入れた場合	(6)'	(1)', (2)', (3)', (4)', (5)'

表-4. 最適解の総伐採材積 (単位: m³)

問題	条件		
	(I)	(II)	(III)
A	29,920	29,610	29,540
B	29,710	29,400	解なし
C	29,680	解なし	解なし

制約条件を課された問題 C は最小の収穫しか得ることができない。個々の小班に関する事情と全体にとっての利益とは一致しないことを示している。

(iii) 分期ごとの伐採材積を均等化するために伐採材積の許容範囲を狭くしたのが (II), (III) の場合である。(II) の条件のもとで問題 C には、(III) の条件のもとで問題 C, 問題 B には実行可能解が存在しない。小班個別の制約条件を考慮すると保続的な収穫予定案は立て難くなるといえる。とくに、林齢と林道の制約を課された問題 C では保続的な収穫予定を立てることはできない。

(iv) それに対し、問題 A は (III) の条件のもとで毎分期、均等な材積収穫の計画を得ることができる。問題 A について (I), (II), (III) の条件下で得た最適解の目的関数の値は $29,920 > 29,610 > 29,540$ (m³) の順序となり、毎分期の伐採材積をより均等化するという要求と、全体としての利益とは一致しないことを示している。

2. 伐採小班の配置

問題 A, B, C について各分期の伐採材積をできるかぎり均等にする解として図-2 の A-(III), B-(II), C-

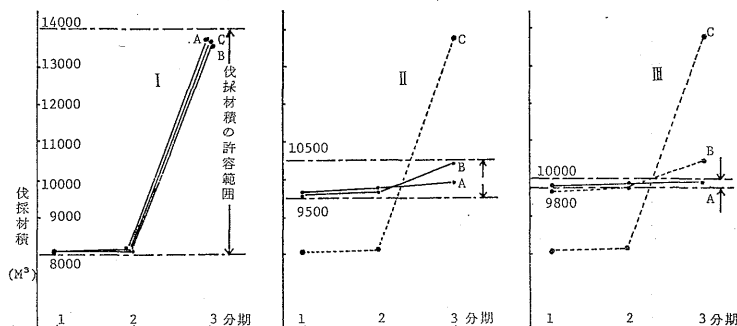


図-2. 伐採材積の許容範囲と最適解

●— 実行可能な最適解, ●... 許容範囲をはみ出す。実行可能解なし。
A, B, C は表-3 に示す計画問題である。

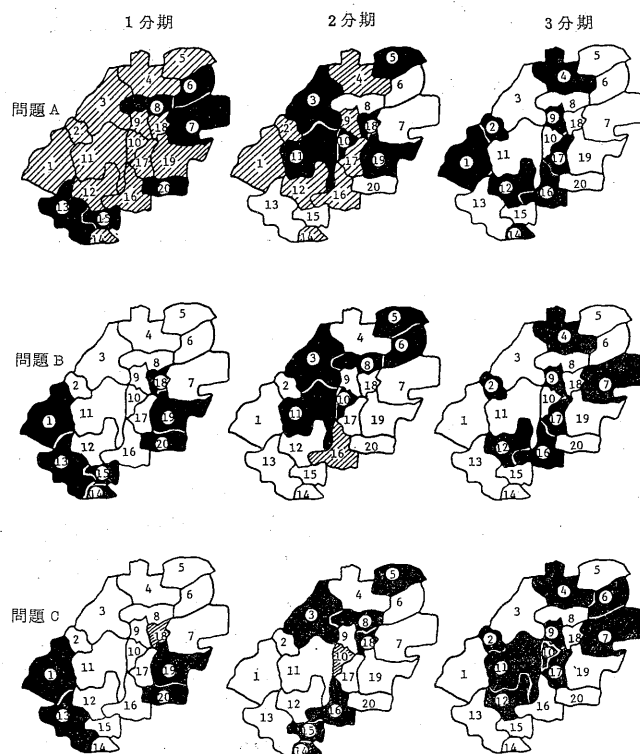


図-3. 伐採予定小班

黒い部分：伐採する小班，斜線部分：伐採可能な小班

表-5. 成長率と伐採予定

小班名	成長率 (%)	
	分 期	
	1	2
11	7.6	6.3*
7	5.3*	—
1	9.4	7.8
3	7.3	6.4*
4	15.9	11.7
13	4.7*	—
19	6.5	5.2*
12	15.4	12.0
5	7.6	6.5*
6	6.0*	—
8	8.1*	—
16	10.3	7.5
20	6.8*	—
17	14.8	12.3
15	5.6*	—
2	8.7	8.0
14	6.0	5.7
9	11.1	10.0
10	7.1	6.7*
18	4.9	4.7*

* 印は伐採を予定する小班

表-6. 小班的伐採分期

小班名	問 題		
	A	B	C
11	2	2	3
7	1	3	3
1	3	1	1
3	2	2	2
4	3	3	3
13	1	1	1
19	2	1	1
12	3	3	3
5	2	2	2
6	1	2	3
8	1	2	2
16	3	3	2
20	1	1	1
17	3	3	3
15	1	1	2
2	3	3	3
14	3	1	2
9	3	3	3
10	2	2	3
18	2	1	2

1) A B C: AとBとは同じ結果となった。

2) AとBとの共通性 65%

BとC // 65

CとA // 50

表-7. 計算時間 (単位: 秒)

問 題	条 件		
	(I)	(II)	(III)
A	23	25	71
B	2	2	—
C	2	—	—

東大計算機センター M-200 H による

(I) を用いて、その伐採小班の配置を調べた。各小班の伐採分期を地図上に示すと図-3 を得た。この結果を考察する。

(i) まず1分期では、問題Aは多くの小班の中から伐採小班を自由に選ぶことができるのに対し、問題B、C ではこうした選択の余地がなく、伐採可能な小班を全部伐採しなければならない。

(ii) 問題Aについて1分期における各小班の成長率を調べると表-5 を得た。成長率の小さい小班が伐採対象として優先的に選ばれているといえる。第2分期についても同様の傾向が認められる。この結果、成長の衰えた林分を先に伐採するという林業の実行基準と、問題Aの最適化のアルゴリズムの基準とは一致しているといえる。

(iii) 問題Aの選択基準は、成長率の大小であるのに対し、問題Bでの基準は伐期齢に達しているか否かである。この二つの基準はある程度共通性を持っている。表-6 により各小班の伐採分期について問題Aと問題Bとの場合を対比すると20個の小班のうち、65%にあたる13個の小班は同じ結果となり、かなりの共通性を持っている。

(iv) 問題Cは問題Bで選ばれた小班のうちから、林道が開設されていない小班を除いたものである。65%にあたる13個の小班は同じ結果となり、かなりの共通

性が認められる。それに対し、問題Aと問題Cとは同じ伐採分期の小班は50%にあたる10個であり、相違に異なった収穫予定案であるといえる。

3. 問題と計算時間

それぞれの問題を解くのに要した計算時間は表-7のとおりである。

伐期齢や林道計画という小班個別の事情を0-1問題の制約条件として取り扱うと、実質的な変数の数が少なくなり、列挙対象が小さくなるので計算時間は短縮されることを示している。

IV. おわりに

森林の収穫予定案を立てるさいに小班の事情を重視するか、全体としての利益を重視するかにより設定される0-1問題は異なり、その当然の結果として最適解は異なる。とくに林道計画は収穫予定を立てるさいの重要な条件であることを本報告の事例は明確に示している。

おわりに、この研究を進めるにあたって指導をいただいた名古屋大学鈴木太七教授に心から謝意を表す。

引用文献

- (1) 木平勇吉: 収穫予定のための0-1線型計画の解法(I)加速列挙法の開発. 日林誌 63: 345~353, 1981 a
- (2) ———: 収穫予定のための0-1線型計画の解法(II)適用方法と処理能力. 日林誌 63: 392~399, 1981 b
- (3) 南雲秀次郎: 線型モデルによる収穫予定法の研究(I)0-1計画法の適用. 日林誌 56: 128~135, 1976
- (4) 岡崎文彬: 森林経営計画. 282 pp, 朝倉書店, 東京, 1955
- (5) 鈴木太七: 森林経理学. 182 pp, 朝倉書店, 東京, 1979
- (6) ———・田中和博: 0-1計画法としての収穫予定. 日林誌 63: 94~96, 1981

(1981年3月23日受理)