

落差工の水理計算に関する二,三の考察 (2)

落下後の流れに対する再検討と急傾斜水路の場合に対する検討

誌名	日本林學會誌 = Journal of the Japanese Forestry Society
ISSN	0021485X
著者名	林,拙郎
発行元	日本林學會
巻/号	66巻2号
巻号補足	
掲載ページ	p. 52-59
発行年月	1984年2月

農林水産省 農林水産技術会議事務局筑波産学連携支援センター

Tsukuba Business-Academia Cooperation Support Center, Agriculture, Forestry and Fisheries Research Council
Secretariat



論 文

落差工の水理計算に関する二、三の考察 (II)

落下後の流れに対する再検討と急傾斜水路の場合に対する検討*

林 拙 郎**

林 拙郎: 落差工の水理計算に関する二、三の考察 (II) 落下後の流れに対する再検討と急傾斜水路の場合に対する検討 日林誌 66: 52~59, 1984 前報 (1981) で行った落差工による比エネルギーのロス E_L の計算結果は, RAND の実験曲線に対し, あまりよい適合性を示していなかった。その理由は, E_L を計算するときに必要な落下後の流下水深 h_1 の推定に, 少々無理な点があったことにある。今回は, 二次元噴流理論における速度の減衰式を利用し, 試算法を用いて, ダム壁面側の水深 h_f と, 落下後の流下水深 h_1 とを同時に求めた。計算結果は, h_f , h_1 の実験結果をよく説明しており, この計算方法の有用性を示している。次に, 上流側水路が急傾斜の場合に対する飛距離 L_p , 水脈の落下角 θ_0 , 落下後の流下水深 h_1 , および比エネルギーのロス E_L を求める式を, 前報と同じ方法で導いた。このうち, 飛距離についてはその式の妥当性を確かめることができた。

HAYASHI, Setsuo: Hydraulic calculations for straight-drop spillways (II) A steep upper-channel and flow at the toe of the nappe J. Jap. For. Soc. 66: 52~59, 1984 The calculated results for energy dissipation (E_L) caused by straight-drop spillways reported in the previous paper, did not approach the curve of RAND's data very well. This result occurred because the depth (h_1) of flow downstream at the toe of the nappe was not fitted to the previous estimation. In this paper, the velocity formula of deceleration for two-dimensional jets was applied to the under-nappe pool between the drop wall and the nappe. By using a trial method, the author obtained the depth (h_1) of flow downstream at the toe of the nappe and the depth (h_f) of the under-nappe pool between the drop wall and the nappe. The results of the calculation agreed well with the observed data for h_1 and h_f in comparison with the previous paper. Using the method of the previous paper, the author considered certain characteristic terms on the supposition that the upper channel had a steep slope. These were: the distance of the nappe point from the perpendicular drop-wall (L_p), the depth of flow at the toe of the nappe (h_1), and so forth. With these terms, it was confirmed by referring to the experimental data that the formula for L_p was valid.

I. はじめに

前報(5)では, 落差工を設けることによって生ずる水脈の飛距離 L_p , 落下後の水深 h_1 , 比エネルギーのロス E_L 等を求める式を WHITE の理論にしたがって, かつ, RAND が導入した Drop 数 (D_r) を用いて導いた。しかし, この WHITE-林の式は, 前回, 最も信頼できると考えていた RAND の E_L に関する実験式と, D_r 数の $1 \times 10^{-3} < D_r < 6 \times 10^{-1}$ の範囲で適合性がよくなかった。そこで今回は, E_L に最も影響するとみられる h_1 について, 再度検討をしてみることにした。

落下した水脈は, 図-1 のように, ダム側に生ずる水クッションの中に拡散し, 流速は減衰する。このように考えると, 二次元噴流理論における速度の減衰式を利用することによって, ダム側の水クッションの影響を考慮することができるので, この減衰式を用いて h_1 と, 比エネルギーのロス E_L を求めてみることにする。

また, これまでの落差工に関する水理量 (L_p , θ_0 , h_1 , E_L) の式は, 上流側が水路の勾配の影響を無視できる場合についての式であったが, これら式を, 前報の方法で急勾配の場合に拡張することを行ってみる。

* 本研究の一部は第 92 回日本林学会大会で発表した。

** 三重大学農学部 Fac. of Agr., Mie Univ., Tsu 514

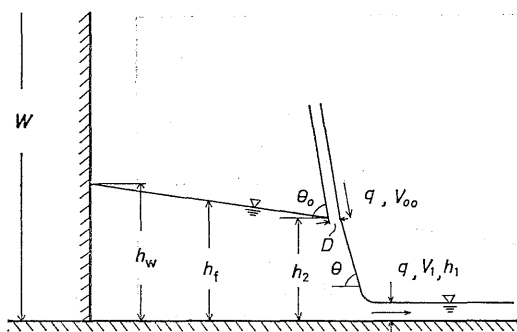


図-1. 水叩工の落下点付近における流れ
Flow at the toe of the nappe on the front apron

II. 水クッションを考慮した場合の水理計算

1. 計算式の誘導

図-1 のように、水脈の落下点の直後部の水深を h_2 とし、ダム壁面（ダム水裏）での水深を h_w とする。また、プールでの平均水深を h_f （ほぼ h_2 と h_w の中間点での水深に相当）とする。このように記号を決め、ナップのプールへの貫入拡散を噴流の片側拡散であるとすると、次式が成立する(4)。

$$V_1 = K(2D \sin \theta / h_2)^p V_{00} \quad (1)$$

ここに、 K, p : 定数、 D : ナップの厚さ、 θ : ナップの貫入後の進入角、 V_{00} : ナップの貫入速度である。 V_{00} の計算は前報と同じように、ダム高 W に比してダム壁面側の水深 h_2 が小さいものとし、近似的に底面での仮想的な落下速度を用いる。ベキ数 p は、貫入噴流が二次元流れであれば 0.5 であるが、貫入速度の推定が正しく行われていないと変化することが考えられる。

ここで、 h_2 がダム壁面での水深 h_w を用いて

$$h_2 = K_2 h_w, \quad (K_2 = \text{定数})$$

で表されるものとして (1) 式を変形し、 h_1/W を求めると次式のようにになる。

$$\frac{h_1}{W} = \left(\frac{K_2}{2K_1 \sin \theta} \right)^p \left(\frac{D}{W} \right)^{1-p} \left(\frac{h_w}{W} \right) \quad (2)$$

ただし、 $K_1 = K^{1/p}$

また、 D/W は前報(5)の V_{00} の式を用いて

$$\frac{D}{W} = \frac{q}{W \left[2g \left\{ W + \left(\gamma + \frac{1}{2\gamma^2} \right) h_c \right\} \right]^{1/2}} = \frac{D_r^{1/2}}{F_1} \quad (3)$$

ただし

$$F_1 = \left\{ 2 + \left(2\gamma + \frac{1}{\gamma^2} \right) D_r^{1/3} \right\}^{1/2}, \quad \gamma = \frac{1}{F_r^{2/3}}$$

q = 単位幅当りの流量、 W = ダム高

となり、 $\sin \theta$ を

$$\sin \theta = K_3 \sin \theta_0$$

ただし、 K_3 = 定数、 θ_0 = ナップの落下角
とにおいて、(2)、(3) 式より、 h_1/W は

$$\frac{h_1}{W} = \frac{K_0}{\sin^2 \theta_0} \left(\frac{D_r^{1/2}}{F_1} \right)^{1-p} \left(\frac{h_w}{W} \right)^p \quad (4)$$

ただし

$$K_0 = \{K_2 / (2K_1 \cdot K_3)\}^p = \{K_2 / (2K_3 \cdot K^{1/p})\}^p$$

で表されることになる。

(4) 式は、式中に h_w/W の因子を含んでいるので、次に、 h_w/W を求めてみる。図-1 のような貫入噴流があるとすると、運動量方程式より

$$\rho q V_1 - \rho q V_{00} \cos \theta_0 = w h_w^2 / 2 - w h_1^2 / 2 \quad (5)$$

ただし、 ρ = 水の密度、 w = 水の単位体積重量
が成立する。上式を h_w について解き、 W で無次元化すれば

$$\frac{h_w}{W} = \left\{ 2 D_r \left(\frac{h_1}{W} \right)^{-1} - 2 D_r^{1/2} F_1 \cos \theta_0 + \left(\frac{h_1}{W} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (6)$$

が得られる。(6) 式の右辺には h_1/W の項が含まれているが、(4) 式と (6) 式を同時に満足するように、 h_1, h_w が求められればよい。そこで、 h_1 か h_w に与える初期値であるが、 h_1 に対しては前報(5)の (16) 式を用いればよい。もし、 h_w を用いる場合には、(6) 式の $h_1/W, \cos \theta_0$ に前報の (13)、(16) 式を代入して整理した次式

$$\frac{h_w}{W} \left\{ 2 D_r^{1/2} (F_1 - F_2) + \frac{4 D_r}{(F_1 + F_2)^2} \right\}^{1/2} \quad (7)$$

$$\text{ただし、} F_2 = \{(\gamma^2/2) + (1/\gamma)\} D_r^{1/3}$$

を用いることにする。

上のようにして、 h_1, h_w が求められれば、 E_u は前報(5)の (17) 式より

$$E_u/W = 1 + \{\gamma + (1/2\gamma^2)\} D_r^{1/3} = F_1^2/2$$

であり、 E_1 も h_w/W を用いて

$$\begin{aligned} \frac{E_1}{W} &= \frac{h_1}{W} + \frac{V_1^2}{2gW} \\ &= \frac{h_1}{W} + \frac{D_r}{2} \left(\frac{\sin^2 \theta_0}{K_0} \right)^2 \left(\frac{D_r^{1/2}}{F_1} \right)^{2(p-1)} \left(\frac{h_w}{W} \right)^{-2p} \end{aligned} \quad (8)$$

と表され、比エネルギーのロス E_l も

$$E_l/W = (E_u - E_1)/W$$

から求められる。

安芸(1) は、運動量の方程式を連立して解いてダム壁面の水深に関する三次方程式を得ているが、計算機が普及した現在、このような繰り返しの計算も物理的に妥当であるならば、有効な方法と考えられる。

2. 実験値による検討

h_1, h_w (図-1 参照) の実験値としては、RAND の論

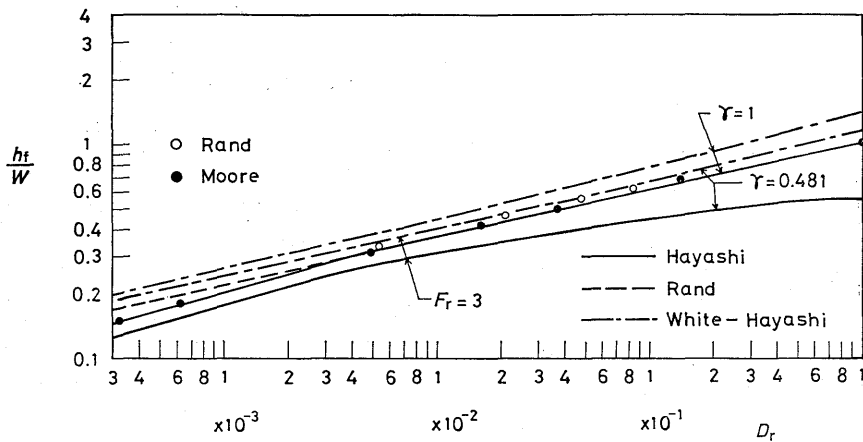


図-2. Drop 数と h_f の関係
Relationship of h_f to the Drop number (D_r)

文(6) にあげられているものを用いることにする。この論文には、RAND 自身によるものと、MOORE(3) による実験値が載せられている。ただし、RAND は h_w の代わりに図-1 で示されるような h_f を用いているので、ここでも、いままでの (4), (6)~(8) 式中の h_w の代わりに h_f を用い、 K_0 の代わりに K_f を用いることにすれば、次のように表される。

$$\frac{h_1}{W} = \frac{K_f}{\sin^p \theta_0} \left(\frac{D_r^{1/2}}{F_1} \right)^{1-p} \left(\frac{h_f}{W} \right)^p \quad (4')$$

$$\frac{h_f}{W} = \left\{ 2 D_r \left(\frac{h_1}{W} \right)^{-1} - 2 D_r^{1/2} F_1 \cos \theta_0 + \left(\frac{h_1}{W} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (6')$$

$$\frac{h_f}{W} = \left\{ 2 D_r^{1/2} (F_1 - F_2) + \frac{4 D_r}{(F_1 + F_2)^2} \right\}^{1/2} \quad (7')$$

ただし

$$F_1 = \left\{ 2 + \left(2\gamma + \frac{1}{\gamma^2} \right) D_r^{1/3} \right\}^{1/2}, \quad F_2 = \left(\frac{\gamma^2 + 1}{2} \right) D_r^{1/6}$$

1) h_f の計算曲線

図-2 は、RAND と MOORE による h_f/W の実験値を Drop 数 (D_r) との関係で示したものであり、実験値は、すべて上流側水路での流れが常流の場合のものである。図中の破線は、RAND の実験式(6)

$$h_f/W = 1.0 D_r^{0.22} \quad (9)$$

である。この実験式(9)式は、両対数グラフで直線関係が得られるようにしたものであるが、 $D_r < 5 \times 10^{-3}$ のところでは(9)式の適合性はよくない。そこで、本稿の主題である(4'), (6'), (7')式による数値計算を行ってみる。

まず、 p を二次元噴流の値、すなわち $p=1/2$ とし、(7')式を h_f の初期値に用いることにする。こうしておいて、(4'), (6')式を同時に満たし、かつ K_f が $D_r \leq$

5×10^{-3} の範囲の実験値 h_f を満足させるように決めると $K_f=0.43$ が得られる。次に、 $5 \times 10^{-3} \leq D_r < 1$ の範囲に対しては、 h_f/W の値が大きくなるので、落差に W を用いたこれまでの方法では V_{00} の推定にかなりの誤差が生ずるはずである。そこで V_{00} の推定誤差を貫入後の噴流に対する減衰式のベキ係数 p に入れることにし、 p として $p < 1/2$ の値を採用することにする。こうして、 $D_r = 5 \times 10^{-3}$ で $h_f/W \approx 0.32$ 、 $D_r = 1$ で $h_f \approx 1.0$ を満足させるように(4'), (6'), (7')式を用いて p と K_f の値を決めると、 $p=0$ 、 $K_f=1.2$ が得られる。以上をまとめると次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} D_r \leq 5 \times 10^{-3} \text{ のとき } p=1/2, K_f=0.43 \\ 5 \times 10^{-3} \leq D_r \leq 1 \text{ のとき } p=0, K_f=1.2 \end{array} \right\} \quad (10)$$

図-2 の中の実線は、このようにして求めたものである。Drop 数の $5 \times 10^{-3} \leq D_r \leq 5 \times 10^{-2}$ の範囲については、 $p=0.25$ を用いたほうが、もう少し実験値との適合性もよくなるように思われるが、物理的意味もはっきりしないままに細分化することになるので、 p については $p=0.5$ と $p=0$ を採用することにした。

ところで、Drop 数の $D_r \leq 5 \times 10^{-3}$ の範囲に対して、RAND と同じような形の実験式を示せば次式のようになる。

$$\frac{h_f}{W} = 1.46 D_r^{0.288} (D_r \leq 5 \times 10^{-3}, F_r \leq 1) \quad (11)$$

一方、 $5 \times 10^{-3} \leq D_r \leq 1 (F_r \leq 1)$ のときには、RAND の実用式(9)式は筆者の計算値によく一致しており、簡略化した実用式として使用することができる。これらのことから、簡略化した実用式である(9)、(11)式の妥当性が以上の数値計算によって確かめられたことになり、 h_f/W は D_r 数を用いて簡単に求められることが明

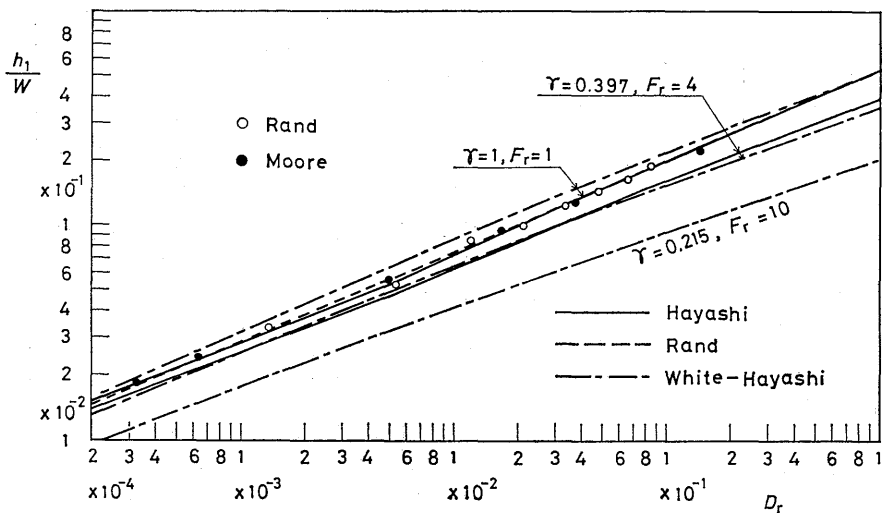


図-3. Drop 数と h_1 の関係
Relationship of h_1 to the Drop number (D_r)

らかになった。

図-2 の中では、さらに (7') 式による値を WHITE-林の式として示した。(7') 式では Drop 数が 1 に近くなったときに、 h_f/W が 1 を超えるという不合理な点が生じている。筆者の今回の方法では、この点が改善され矛盾のない値となっている。また、同図中には、Froude 数 (F_r) が $F_r=3$ ($\gamma=0.481$) の場合で、 K_f , p に (10) 式の値を用いたときの h_f/W の値も示されている。上流側水路での Froude 数がこの程度になると、WHITE-林の式と筆者の式との差がいっそう大きくなっている。

2) h_1 の計算曲線

先のようにして計算された (10) 式の係数を用いて、 h_f の数値計算のときに同時に求められる h_1/W が図-3 に示されている。今回の筆者の繰り返し計算による結果は、 h_f/W を RAND の値に一致させることによって得られた値であるが、 h_1/W の値はよく一致していると思う。図中の破線は、RAND の式

$$\frac{h_1}{W} = 0.54 D_r^{0.425}$$

によるものである。上式は、両対数グラフ上でこの範囲のデータを平分するような直線で結んだものであるが、実験値のない Drop 数の範囲、すなわち $D_r < 3 \times 10^{-4}$ の場合の適合性に疑問が残る。さらに、図中の一点鎖線は、前報(6)の WHITE-林の式による値であるが、適合性はあまりよくない。一方、同図中には、 $F_r=4$ の場合の筆者と WHITE-林の式による計算結果が示されているが、この場合には、 $F_r=1$ のときの両者とくらべて $D_r \geq$

1×10^{-1} の領域のみで両者の不一致が目立つ程度で、ほかではほぼ合っていると思う。

ここまでは、 h_1 や h_f について筆者による方法を中心に WHITE-林の式や RAND の式と比較しながら考察した。今回の筆者の方法における問題点としては、 $F_r > 4$ の場合に繰り返し計算の値が発散し、結果が得られないことである(ただし、 p , K_f は (10) 式と同じ値を用いている)。 $F_r > 1$ の状態で、Drop 数が 1 に近く、ダム壁面の水深が高いときには、跳水と似たような条件になり、ダム壁面の水深が現象として不安定になることが考えられる。この不安定性が Froude 数のある値で急に大きくなり、 $F_r > 4$ の条件のときに、計算値が発散するのではないだろうか。このことに関しては、今後改良されなければならない問題点ではあるが、現象そのものの不安定性も十分考えられる。したがって、 $F_r > 4$ の場合の h_1/W に対しては、先に述べたように、実用上正しい値を示していると考えられる前報の WHITE-林の式によるのが、いまのところ簡便であろう。しかし、少々複雑ではあるが、安芸(1)の方法もあることを付け加えておきたい。

なお、 $F_r \leq 1$ ($\gamma=1$)、 $5 \times 10^{-3} \leq D_r \leq 1$ に対する h_f/W と h_1/W の式は、(4'), (6') 式で $p=0$ として表せられることが明らかになったので、ここで、その場合に対する式をあげれば次式のようにになる。

$$\frac{h_f}{W} = \left\{ 2 F_1 \left(\frac{1}{K_f} - \cos \theta_0 \right) D_r^{1/2} + \left(\frac{K_f}{F_1} \right)^2 D_r \right\}^{1/2}$$

$$\frac{h_1}{W} = K_f \frac{D_r^{1/2}}{F_1}, \quad (K_f=1.2)$$

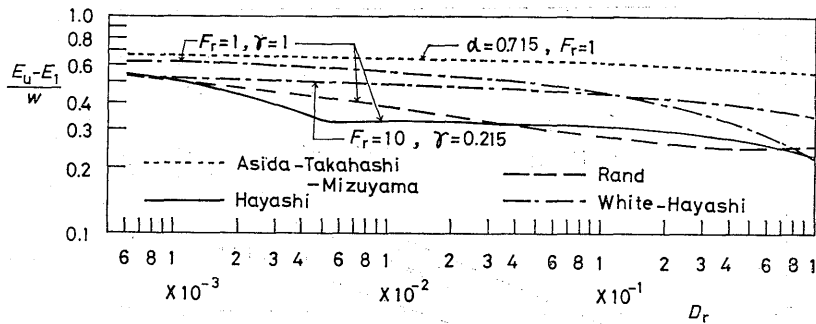


図-4. Drop 数と比エネルギーの減少量との関係
Relationship between the decrease of specific energy and the Drop number (D_r)

3) E_i の計算曲線

前節の最後に述べた比エネルギーのロス E_i も、 h_f 、 h_1 を求めるときに同時に計算される値である。こうして求めた E_i/W を図-4 の実線で示した。ただし、今回の筆者による方法の計算値は常流に対して示されているのみである。同図には、比較のために前報で述べた他の方法による計算曲線も示されている。このうち前報(6)では、RAND の実験式を基にして他の式との比較を行ったのであるが、今回は、 h_1 が的確に得られている筆者の E_i 曲線を基にして他の E_i 曲線と比較する。

まず、図-4 からわかるように、今回の筆者の E_i 曲線は、他とくらべてほぼ最小ラインを示している。Drop 数が $6 \times 10^{-4} \sim 5 \times 10^{-3}$ までは、筆者の方法による E_i は一時下がるが、これ以上の Drop 数では、ほぼ一定で $E_i/W = (E_u - E_1)/W \approx 0.3$

程度となっている。一方、RAND の E_i 曲線は、今回の筆者の曲線に全般的に接近しているが、Drop 数の $2 \times 10^{-3} \sim 2 \times 10^{-2}$ の範囲では、RAND の E_i 曲線は筆者の曲線と離れている。これは、図-3 に示したような h_1/W の値がこの範囲で少し離れており、このことが、 E_i/W の不一致に影響しているのであろう。

また、 h_1 の傾向から十分考えられることではあるが、この図より $F_r=1$ に対する前回の WHITE-林の曲線と今回の筆者の曲線とは、かなり離れていることがはっきりした。これは、本稿の導入部で述べた WHITE-林の式に対する疑問点であった。そこで、 h_1 の場合と同様、少なくとも $F_r < 4$ までは、 E_i 曲線についても筆者の方法で求めるのが妥当であろう。ところが、 $F_r \approx 4$ 程度になると WHITE-林の式による h_1 が、筆者の方法による h_1 に接近してくるので、 E_i 曲線についても筆者の E_i 曲線に接近することになる。したがって、 $F_r > 4$ の場合には、前節で述べたように h_1 の計算が不能となるので、 E_i の計算も前報の WHITE-林の式によることにな

るのであろう（そのことによる誤差は、ここでみたようにそれほど大きな値ではないものと考えられる）。

III. 急勾配水路下流端の落差工の場合

前報と今回の前章までは、上流側水路の勾配が緩い場合の、落差工に対する水理計算を考えてきた。そして、上流側での流れの Froude 数が比較的小さい（たとえば、 $F_r \leq 4$ ）場合、落下後の水深 h_1 や、比エネルギーの損失の計算には、今回述べたような、ダム壁面側と落下地点間に生ずる水クッションを考慮して計算を進める必要があることを述べてきた。しかし、 $F_r > 4$ の場合には、上記の計算方法は有効ではなく、前報で述べた方法によらざるをえないことが明らかになった。

ここで述べる急勾配水路下流端の落差工の場合とは、つまり、上流側水路の勾配が急な場合の落差工のことであり、ここに生ずる流れの Froude 数は、比較的大きいことが考えられる。これから述べる計算方法は、おもに Froude 数の大きい場合を仮定するが、Froude 数の小さい場合には、今回の前章の方法を適宜用いることにすればよい。したがって、以下では前報で報告した水理計算の事項、および方法を、急勾配の場合に拡張してみることにする。

1. 水理量の表し方

ここでは、上流側水路が急勾配のときの、水理量の表し方について考える。初めに、Drop 数を定義し、あとで、他の水理量について傾斜角 θ を用いた場合の式をあげる。

Drop 数は、定義上からいえば、RAND の定義をこの場合にも変更する必要はないが、あとの計算の都合を考え、ここでは、 $\cos \theta$ を用いて Drop 数、すなわち D_r を次のように表す。

$$D_r = q^2 / (g W^3 \cos \theta) \quad (12)$$

ここに、 q ：単位幅当りの流量、 g ：重力加速度、 W ：

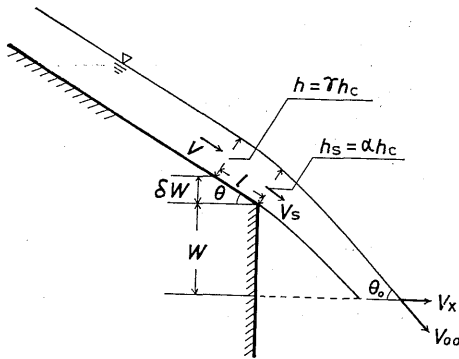


図-5. 急傾斜水路下流端の流れ
Flow at the end of a steep channel

落差, θ : 上流側水路の傾斜角である(図-5 参照)。上式は, θ が小さいときには $\cos \theta \approx 1$ であり, RAND の定義と一致する。急勾配のときの Drop 数を上記のように表すと, h_c/W は

$$h_c = \{q^2/(g \cos \theta)\}^{1/3}$$

より

$$h_c/W = \{q^2/(g W^3 \cos \theta)\}^{1/3} = D_r^{1/3} \quad (13)$$

であり, 前章までと同じ形で表される。

急勾配水路での流れは, Froude 数の 1 より大きい場合が多くなる程度で, 水面形もとくに変わるものでもないが, 水路下流端での流れを, 記号も含めて, 図-5 のように表す。水深 h のとり方は, 前報と同じであり, 次のように書ける。

$$h = \gamma h_c \quad (14)$$

ここに, γ : 係数, h : 水路での等流水深, h_c : 限界水深である。ここでも, 水路の流れが, $F_r \leq 1$ の場合には, γ の値は $\gamma = 1$ である。また, $F_r \geq 1$ の場合には, γ は流れの Froude 数が与えられれば, 計算で求められる。すなわち, 急勾配の場合には

$$q^2 = g h_c^3 \cos \theta = F_r^2 g h^3 \cos \theta$$

であり, 結局 γ は, 前報と同様に

$$\gamma = 1/F_r^{2/3} \quad (15)$$

で表される。上式で, F_r は上流側水路の Froude 数であり

$$F_r = V/\sqrt{g h \cos \theta} \quad (16)$$

で与えられる。ここに, V は上流側水路内の平均流速である。

2. 飛距離 L_p の計算

急勾配水路下流端から飛しょうする水脈の飛距離 L_p の計算には, 図-5 を参照する。ここで, 検査断面を同図のように, 水路の端面と, 等流水深が始まる点にとることにすれば, 傾斜方向の運動量方程式は次のようにな

る。

$$\rho q (V_s - V) = \frac{1}{2} \rho g h^2 \cos \theta + W_0 \sin \theta \quad (17)$$

ここに, V_s は水路末端での速度, W_0 は検査区間内の重量であり, 次式のような二通りの推定法が考えられる。

$$W_0 = \frac{1}{2} K_s \rho g l (h + h_s) \quad (18)$$

$$W_0 = K_s' \rho g l h \quad (19)$$

上式で, K_s , K_s' は定数, h_s は水路末端面での水深である。

ここで (18) 式の h_s は, 水路の傾斜角 θ が大きいので, 前報図-2 のような関係がそのまま成立するかどうかは疑問である。しかし, 多くの場合流れの Froude 数は大きく, したがって, 区間内の重量 W_0 は小さくなるので, 前報図-2 の h_s/h は近似値として利用できる。一方, 同図からもわかるように, F_r 数が大きいときには $h_s/h \approx 1$ となるので, W_0 は (19) 式でもほぼ表すことができる。したがって, どちらの式を用いてもよいが, 以下の計算にあたっては, 一応 (18) 式を用いて推定することにする。

そこで, (18) 式を (17) 式に代入して

$$h_s/h = \beta, \quad l/h_c = \varepsilon, \quad V = V_c/\gamma$$

$$V_c = \sqrt{g h_c \cos \theta} \quad (20)$$

等を用い, V_s について整理すると次式を得る。

$$V_s = \left\{ \left(\frac{1}{2} \gamma^2 + \frac{1}{\gamma} \right) + A_0 \right\} V_c \quad (21)$$

ただし

$$A_0 = \frac{1}{2} K_s \gamma \varepsilon (1 + \beta) \tan \theta$$

V_s は, 水路の傾斜方向の速度であり, V_s の x 成分, y 成分は, それぞれ

$$\left. \begin{aligned} V_x &= \left\{ \left(\frac{1}{2} \gamma^2 + \frac{1}{\gamma} \right) + A_0 \right\} \cos \theta \cdot V_c \\ V_y &= \left\{ \left(\frac{1}{2} \gamma^2 + \frac{1}{\gamma} \right) + A_0 \right\} \sin \theta \cdot V_c \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

で表される。

次に落下距離であるが, 飛距離を壁面から取ることにすれば(注), 水路末端での水深 h_s の値が必要になる。しかし, 上で述べたように現在のところ h_s の値が急傾斜の条件で実験的にも理論的にも求められていないことから, $F_r \gg 1$ の場合 $h_s \approx h$ であると考えられることから, ここでは近似的に $h_s \cos \theta$ の代わりに $h \cos \theta (= \gamma h_c \cos \theta)$ を用いることにする。こうすると落下距離は次式で与えられる。

$$W + \gamma h_c \cos \theta = \frac{1}{2} g \left(\frac{L_p}{V_x} \right)^2 + V_y \left(\frac{L_p}{V_x} \right) \quad (23)$$

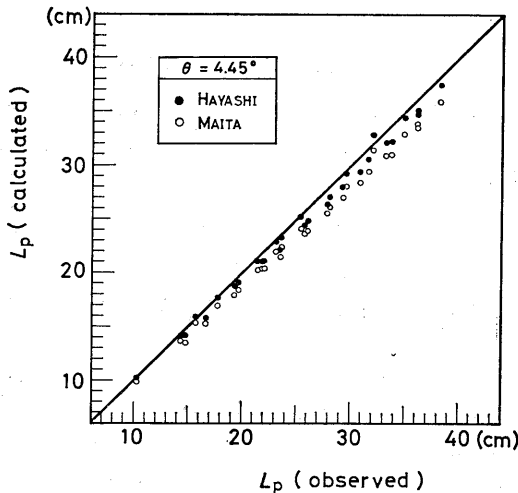


図-6. 飛距離 L_p の実測値と計算値
Calculated value and observed value for the
fly of the nappe (L_p)

上式を W で無次元化し整理すると

$$\left(\frac{L_p}{W}\right)^2 + 2F_2^2 \tan \theta \left(\frac{L_p}{W}\right) - 2F_2^2(1 + \gamma D_r^{1/3} \cos \theta) = 0 \quad (24)$$

ただし

$$F_2 = \left(\frac{1}{2} \gamma^2 + \frac{1}{\gamma} + A_0\right) D_r^{1/6} \cos^{3/2} \theta$$

$$A_0 = \frac{1}{2} K \gamma \varepsilon (1 + \beta) \tan \theta$$

が得られる。(24) 式を解くと L_p/W は次式で求められる。

$$\frac{L_p}{W} = F_2 \{ (F_2 \tan \theta)^2 + 2(1 + \gamma D_r^{1/3} \cos \theta) \}^{1/2} - F_2^2 \tan \theta \quad (25)$$

ここで、 A_0 は、上流側水路の勾配が急である場合には $1/\gamma$ に対して1桁小さく、無視することができる。水路の勾配が緩である場合には、いまのところ ε 、 β の値が不明であるので、 A_0 は計算できない。将来 ε 、 β について予測することが可能になれば、 A_0 は、上の関係式に代入して計算することができる。しかし、水路が緩傾斜の場合でも、Froude 数が大きければ、 A_0 を省略して大きな誤差は生じないものと考えられる。

図-6 は、水路の傾斜角 θ が $\theta = 4.45^\circ$ ($F_r = 3.1 \sim 3.8$) のときの、飛距離に関する実測値と計算値とを比較したものである。図中の実測値は、真板(2) によるものである。計算値は、林の式が (25) 式で $A_0 = 0$ として計算したものであり、真板の式としては次式(2) によって求めた。

$$\frac{L_p}{h} = \frac{F_r^2 \cos^2 \theta}{\beta^2} \cdot \left\{ \sqrt{\sin^2 \theta + \frac{2\beta^2}{F_r^2 \cos \theta} \left(\frac{W}{h} + \frac{\beta}{\cos \theta} \right)} - \sin \theta \right\}$$

なお、上式の計算にあたって $\beta = 1.0$ とした。ここでは、 θ が比較的小さい場合を示したが θ が大きくなれば、両式の違いはほとんどなくなる。

3. 水脈の落下角 θ_0 、落下後の流下水深 h_1 および比エネルギーの減少量 E_l

水脈の落下角 θ_0 は、前報と同様に

$$\cos \theta_0 = V_x / V_{00}$$

で求められる。ここで、 V_{00} は、図-5 の l の区間におけるエネルギー損失を無視すれば、次式

$$V_{00} = \left\{ 2g \left(\delta W + W + \gamma h_c \cos \theta + \frac{V^2}{2g} \right) \right\}^{1/2} \quad (26)$$

で表されるから、 $\cos \theta_0$ は変形して

$$\cos \theta_0 = \frac{\left\{ \left(\frac{1}{2} \gamma^2 + \frac{1}{\gamma} \right) + A_0 \right\} \sqrt{h_c \cos \theta / W} \cos \theta}{\left[2 \left\{ (\delta + 1) + \left(\gamma + \frac{1}{2\gamma^2} \right) \frac{h_c}{W} \cos \theta \right\} \right]^{1/2}} = \frac{F_2}{F_1} \quad (27)$$

$$F_1 = \left\{ 2(\delta + 1) + \left(2\gamma + \frac{1}{\gamma^2} \right) D_r^{1/3} \cos \theta \right\}^{1/2}, \quad \delta = \frac{\delta W}{W}$$

で表される。

落下後の流下水深 h_1 も、前報と同様に

$$h_1 = \frac{2\sqrt{g h_c \cos \theta} h_c}{V_{00} + V_x}$$

より次式が得られる。

$$\frac{h_1}{W} = \frac{2(D_r \cos \theta)^{1/2}}{F_1 + F_2} \quad (28)$$

上流側水路が急勾配の場合には、Froude 数も大きくなることを考えて、今回の I 章のような考え方は適用せず、ここでは、前報で述べたような結果を、単に急勾配の場合に拡張するだけとした。

次に、落差工天端付近での比エネルギー E_u は、

$$E_u / W = \{ \delta W + W + h_c \cos \theta + (V^2 / 2g) \} / W = F_1^2 / 2 \quad (29)$$

であり、落下後の流下水深 h_1 での比エネルギー E_l は

$$\frac{E_l}{W} = \frac{h_1}{W} + \frac{(F_1 + F_2)^2}{8} \quad (30)$$

で表される。落下前と落下後の、比エネルギーの減少量 E_l は、前報の (19) 式によって求められる。

ところで、現在のところ図-5 の l は明らかでないので、 δW の推定ができない。しかし、比エネルギーの減少量を問題にするとき等で、現実には水路末端部と対比することが多いと思う。その場合には、 $\delta W = 0$ とすれば近似的には求められることになる。つまり、水路末端

部に対する比エネルギーを問題にするときには、近似的に F_1 式の δ を $\delta=0$ とすれば、(27)~(30) 式はそのまま成立することになる。

IV. む す び

前報の WHITE-林による比エネルギーのロス E_l が、実験値に基づく RAND の曲線とよく一致していないことから、今回は、二次元噴流における速度の減衰式を参考にして、比エネルギーのロス E_l を求める方法を考えた。その方法は、上記式より得られる h_1/W に関する(4)式と、運動量式による h_f/W に関する(6)式とを同時に満足するように解くことであった。これを解く場合、 K_f/W の実験値 (RAND による) に合うように K_f , ρ を定めることにした。ところが、繰り返し計算によって、同時に得られる h_1/W の値も、 h_1/W の実験値によく合致していた。このことは本方法の有用性を示すものと考えられる。

上記の h_1 から得られる比エネルギー E_1 から、落差工によって失う比エネルギーのロス E_l の Drop 数に対する曲線を求めた。この E_l 曲線はいままで出された曲線の中では比エネルギーのロスとしては、ほぼ最小の値を与えるものである。

以上、今回の計算方法の有用性について述べたが、上記の計算方法にも、 $F_r > 4$ の場合に数値解が得られないという問題点があることも付言しておきたい。

次に、上流側水路が急傾斜の場合の、飛距離 L_p 、水脈の落下角 θ_0 、落下後の流下水深 h_1 、および比エネルギーの減少量 E_l を求める式を導いた。この場合には、上流側水路での流れの Froude 数は大きいことが期待されるので、前半で述べたような繰り返し計算による方法はやめにし、前報と同じような方法を、単に急勾配に拡張しただけとした。結局、上流側水路のあらゆる傾斜に対し、Drop 数を用いて、落差工における水理計算が可

能になった。

本研究を行うにあたり、東京大学山口伊佐夫教授、三重大学駒村富士弥教授には有益なご示唆を賜わりました。ここに記して謝意を申しあげます。

注

前報(6)でも、落差の水深の項に h を用いた。こうすると、飛距離 L_p は壁面からではなく、実は、壁面より少しはいったところ(限界水深の位置)から測っていることになる。もし、ROUSE(7)の h_s に関する実験結果を信頼することにすれば、 L_p は壁面から求めることができる。そのときには、落下距離は

$$W + \alpha h_s = \frac{1}{2} g \left(\frac{L_p}{V_p^2} \right)^2$$

で与えられ、前報(6)の(11)式は次のようになる。

$$\frac{L_p}{W} = \sqrt{2} (1 - \alpha D_r^{1/3})^{1/2} \cdot F_2$$

ただし

$$F_2 = \left(\frac{1}{2} r^2 + \frac{1}{r} \right) D_r^{1/6}, \quad \alpha = \gamma \beta$$

$D_r > 10^{-2}$ 程度のときで、 L_p を正確に求めようとする場合には、上式のほうが適合性はよいように思われる。しかし、上式では α を別に与えなければならなく、その点が難点である。

引用文献

- (1) 安芸周一: アーチダム中央越流型洪水吐水叩きのデフレクター効果に関する研究。電力中央研究所技術研究所所報 13 (1): 109~114, 1963
- (2) 真板秀二: 山腹水路の水理に関する実験。第 92 回日林大会要旨集, 147, および当日の配布プリント, 1981
- (3) MOORE, W. L.: Energy loss at the base of free overfall. Trans. ASCE 108: 1343~1360, 1943
- (4) 林 拙郎: 砂防ダム下流部における洗掘深さについて。新砂防 91: 10~19, 1974
- (5) ———: 落差工の水理計算に関する二、三の考察。日林誌 63: 73~78, 1981
- (6) RAND, W.: Flow geometry at straight drop spillways. Proc. HY ASCE 81: 791-1~13, 1955
- (7) ROUSE, H.: Discussion to "Energy loss at the base of a free overfall" by MOORE. Trans. ASCE 108: 1383~1387, 1943

(1983 年 5 月 2 日受理)