

山地小流域の基底流出逓減特性

飽和 - 不飽和浸透流モデルを用いた数式的検討

誌名	日本林學會誌 = Journal of the Japanese Forestry Society
ISSN	0021485X
著者名	鈴木,雅一
発行元	日本林學會
巻/号	66巻5号
巻号補足	
掲載ページ	p. 174-182
発行年月	1984年5月

農林水産省 農林水産技術会議事務局筑波産学連携支援センター
Tsukuba Business-Academia Cooperation Support Center, Agriculture, Forestry and Fisheries Research Council
Secretariat



論 文

山地小流域の基底流出通減特性 (I)

飽和-不飽和浸透流モデルを用いた数式的検討

鈴木 雅 一*

鈴木雅一：山地小流域の基底流出通減特性 (I) 飽和-不飽和浸透流モデルを用いた数式的検討 日林誌 66: 174~182, 1984 山腹斜面の土層を対象に、二次元飽和-不飽和浸透流によって生ずる流出を、RICHARDS の式に土壌物理条件を組み込んで導かれた基礎式を用いて検討した。浸透流出に関係する無次元パラメータは α , β , γ , δ の四つに整理された。 γ , δ は土層厚, 斜面長, 勾配の地形条件が関与するパラメータで、 α , β は不飽和流を考察する場合に特有のパラメータである。飽和浸透流のみを対象とすると、パラメータは δ のみであり、一次元鉛直浸透流を対象とすると、パラメータは α , β の二つとなる。数値計算による無次元ハイドログラフから各パラメータの影響を検討した。実際の山腹斜面で見られる地形・土壌条件を与えると、 β のみを含むさらに単純化した基礎式の使用が可能であるという結果が得られた。このとき、 β は運動則の非線形性を意味するパラメータである。この単純化された式は特性曲線法を用いて解くことができ、今後基底流量を考察する際に有効な基礎式である。

SUZUKI, Masakazu: The properties of a base-flow recession on small mountainous watersheds (I) Numerical analysis using the saturated-unsaturated flow model J. Jap. For. Soc. 66: 174~182, 1984 On the basis of a dimensionless form of a fundamental equation given by combining RICHARDS' equation with functional relationships of soil-water properties (water retention and permeability), properties of a base-flow recession are examined using a two-dimensional saturated-unsaturated flow model. Physical conditions are represented by four dimensionless parameters: α , β , γ , and δ . For a saturated-flow model, the fundamental equation includes one parameter, δ . For a one-dimensional, vertical-flow model, it includes two parameter, α and β . α and β are the parameters which feature unsaturated flow, and γ and δ are topographic parameters related to the slope length, soil depth, and slope gradient. The influences of these parameters on dimensionless recession-hydrographs are examined by numerical solutions. The fundamental equation can be converted to a simple form having one parameter, β , in almost all cases with the usual hillslope topographies and soil-water properties. In the simple form, parameter β , an exponent reflecting the relationship between hydraulic conductivity and moisture content, is the indicator of nonlinearity in kinematic law. This simple form of the equation can be used for further examination of the base-flow recession.

I. はじめに

わが国において山地流域は水源地帯として大きな役割を果たしている。水利用のうえでは降雨に伴う直接流出よりもその後の基底流出が重要な検討対象となる。各流域における基底流量とその通減の傾向は、それぞれの流域の地形、土壌、植生等の特性を反映すると考えられているが、流出機構をふまえて流域特性と基底流出の関係

を論じた例は多くない。

基底流出は地下水流出ともいわれ、土壌中の水分移動の結果生ずるものと考えられている。このため、従来の研究の多くは飽和した地下水帯の消長と基底流出の通減とを関係づけてきた。基底流出のハイドログラフは指数式や分数式で近似できることから各種の基底流出通減曲線式が提案されている。高木(10)は水平な不透水層上の飽和地下水流出が被圧のときに指数式、不圧のときに分

* 京都大学農学部 Fac. of Agr., Kyoto Univ., Kyoto 606

数式で示されることを導き、実際の流域の流出通減と比較している。また、高木ら(11)は傾いた不透水層をもつ斜面における飽和浸透流について、斜面土層中の水面形と下流端ハイドログラフの降雨との関係について検討を加えている。

一方、山地小流域における観測では、飽和地下水帯が恒常的に存在するのは河道周辺や斜面下端付近に限られるとする報告が多い。奥西ら(5)は風化花崗岩山地での地下水観測から、河道沿いの斜面下端に生ずる飽和地下水帯は、斜面からの不飽和地下水流の供給により成立していることを示した。塚本(14)は地下水流出に不飽和流成分が関与することを指摘するとともに、不飽和流成分の通減も指数関数的に変化するという推定を行っている。山口(15)および谷ら(13)による山地小流域の湧水点より上流側の谷地形の場所における地下水位測定では、流量の通減と対応して地下水位が変化することが示されているが、地下水位および流量と不飽和流成分による水分供給との関係は十分には検討されていない。これらの観測は、山地小流域において飽和地下水帯は特定の場所に存在し面積的には不飽和帯のほうが大きい部分を占めることを示す判断資料ともいえよう。

また、山腹斜面の表層崩壊の発生機構は、近年、斜面に生ずる地下水位上昇による土質強度の低下をもって説明されるようになってきている(3)。これは、通常は斜面の大部分が不飽和状態であるという前提のうえに立っている。

これらのことから、基底流出の特性を飽和流のみで考えるところから一歩進めて、飽和流と不飽和流の両方を含めて考察する必要があると思われる。このような試みとして、飽和地下水帯への水分供給を鉛直一次元の不飽和土層の排水過程として解析した塩沢ら(8)の研究、水平不透水層の飽和-不飽和流モデルを基礎に流出通減を解析した瀬口ら(7)の研究がある。しかし、傾斜した不透水層をもつ山腹斜面を対象として、地形および土壌要因と流出通減特性の関係についての検討は十分になされていない。

また、流出通減は季節によって異なることが観測されており、季節による変化は蒸発散量によって生ずるものとされているが、この点について流出モデルを媒介として定量的に検討された例はほとんどない。

本研究は、上記の点をふまえ、二次元飽和-不飽和浸透流の基礎式を出発点として、鉛直一次元浸透流、飽和浸透流との対比を行いつつ基底流出通減特性について検討を加えたものである。本報告においては、浸透モデルを用いた数式により、流出通減過程を論ずる。そして、

次報において蒸発散をも考慮した通減過程について考察し山地小流域で生じた流出通減の観測結果と対比を行うこととした。

II. 基礎式の誘導

1. 二次元飽和-不飽和浸透流の基礎式とその無次元化

傾斜した透水層内の飽和-不飽和浸透流の基礎方程式は RICHARDS によって不飽和領域に拡張された Darcy 則により、

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K(\psi) \left(-\frac{\partial \psi}{\partial x} + \sin \omega \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K(\psi) \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} + \cos \omega \right) \right\} \quad (1)$$

と表わされる。ここで、 x : 斜面方向の距離、 z : 斜面に垂直方向の距離、 ψ : 圧力水頭、 $K(\psi)$: 透水係数、 ω : 不透水層勾配、 C : $\partial \theta / \partial \psi$ 、 θ : 土壌水分量を表わす容積含水率である。ただし、この式は単独では解けず、土壌によって異なる $K(\psi) \sim \psi$ 、 $\theta \sim \psi$ の関係式が与えられる必要がある。

本論文では、斜面長、土層厚、斜面勾配の地形特性と、土壌水分量、圧力水頭、透水係数の相互関係である土壌水分特性のできるだけ簡単なモデル化をはかり、地形特性と土壌水分特性を組み込んだ新たな基礎式を導く。

地形特性は、山腹斜面を図-1(a)のように想定し、

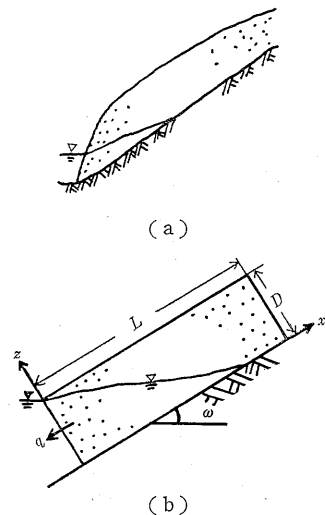


図-1. 山腹斜面土層の模式図 (a) と検討に用いる斜面モデル (b)

Soil profile on a hillside (a), and design of the model (b)

これを図-1 (b) に示すように単純化する。このモデルにおいて、斜面長 L 、土層厚 D 、勾配 ω とする。

土壌水分特性については、谷(12)により示された下記の諸関係を用いる。これらの関数型は既往の経験式のうち最もシンプルなものといえる。

これらは、 C 、 θ および有効飽和度 S について、

$$C = \frac{d\theta}{d\psi} = -\frac{w\psi'}{\phi_0^2} \exp\left(-\frac{\psi'}{\phi_0}\right) \quad (2)$$

$$\theta = w\left(\frac{\psi'}{\phi_0} + 1\right) \exp\left(-\frac{\psi'}{\phi_0}\right) + \theta_r \quad (3)$$

$$S = \frac{\theta - \theta_r}{w} = \left(\frac{\psi'}{\phi_0} + 1\right) \exp\left(-\frac{\psi'}{\phi_0}\right) \quad (4)$$

である。ここに、

$$\psi' = \begin{cases} \psi & (\psi \leq 0) \\ 0 & (\psi > 0) \end{cases} \quad (5)$$

であり、 θ_s : 飽和含水率で間隙率に等しい、 θ_r : 移動可能な水がほとんどないと見なせるときの含水率 (BRUTSAERT(1) の定義による)、 ϕ_0 : C の最大値を与える圧力水頭の値、 w : $\theta_s - \theta_r$ である。

透水係数については、

$$K = K_s \cdot S^\beta \quad (6)$$

を用いる。ここに、 K_s : 飽和透水係数、 β : 不飽和領域での透水係数のオーダー低下を意味する係数である。

ここで、(2)~(6) 式を (1) 式に代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} & -\frac{w\psi'}{\phi_0^2} \exp\left(-\frac{\psi'}{\phi_0}\right) \frac{\partial \psi}{\partial t} \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K_s \left(\frac{\psi'}{\phi_0} + 1\right)^\beta \exp\left(-\frac{\psi'}{\phi_0}\right) \beta \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} + \sin \omega\right) \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K_s \left(\frac{\psi'}{\phi_0} + 1\right)^\beta \exp\left(-\frac{\psi'}{\phi_0}\right) \beta \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} + \cos \omega\right) \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

この (7) 式を次の関係を用いて無次元化する。

$$x_* = x/L \quad (8)$$

$$z_* = z/D \quad (9)$$

$$t_* = t \cdot K_s \cdot \sin \omega / wL \quad (10)$$

$$\psi_* = \psi/\phi_0 \quad (\psi_*' = \psi'/\phi_0) \quad (11)$$

この結果、(7) 式は、

$$\begin{aligned} & -\psi_*' \exp(-\psi_*) \frac{\partial \psi_*}{\partial t_*} \\ & = \frac{\partial}{\partial x_*} \left\{ (\psi_*' + 1)^\beta \exp(-\psi_*) \beta \left(\alpha \frac{\partial \psi_*}{\partial x_*} + 1\right) \right\} \\ & + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial z_*} \left\{ (\psi_*' + 1)^\beta \exp(-\psi_*) \beta \left(\alpha \frac{\partial \psi_*}{\partial z_*} + \delta\right) \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

となる。ここで、 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ は現象を支配する無次元パラメータであり、新たに導入された α, γ, δ は次式で

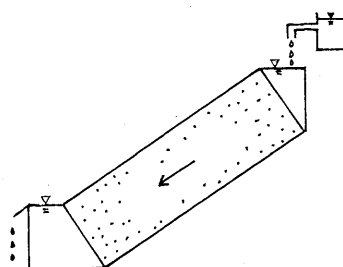


図-2. 二次元飽和-不飽和流に与える初期条件
Initial condition on a two-dimensional saturated-unsaturated flow model

与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \phi_0 / (L \cdot \sin \omega) \\ \gamma &= D/L \\ \delta &= D / (L \cdot \tan \omega) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

地点 x において z 方向の断面を通過する流量 q は、(1) 式より

$$q = \int_0^D K \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} + \sin \omega \right) dz \quad (14)$$

であるが、(8)、(9)、(11) 式を用いて前と同様に無次元化すると、

$$q_* = \int_0^1 (\psi_*' + 1)^\beta \exp(-\psi_*) \beta \left(\alpha \frac{\partial \psi_*}{\partial x_*} + 1 \right) dz_* \quad (15)$$

となり、 q, q_* の関係として、

$$q_* = q / (D \cdot K_s \cdot \sin \omega) \quad (16)$$

が得られる。

初期条件は土層全体が飽和し、斜面流下方向に定常流が生ずる条件を与える。これは、図-2 に示す状態で形成される圧力水頭の分布を想定するもので、次式で与えられる。

$t=0$ のとき、

$$\psi(z) = (D-z) \cos \omega \quad (17)$$

無次元表示では、

$t_*=0$ のとき、

$$\psi_*(z_*) = (1-z_*) \delta / \alpha \quad (18)$$

である。

$t=0$ において、図-2 における上流端での水供給が断たれ流量通減が生ずるものとする。すなわち、上流端境界条件は、

$$t_* \geq 0, x_* = 1 \text{ において } q_* = 0 \quad (19)$$

である。

下流端境界条件は、図-1 (b)、図-2 に示すように初期条件が継続するものとし、

$$t_* \geq 0, x_* = 0 \text{ において、}$$

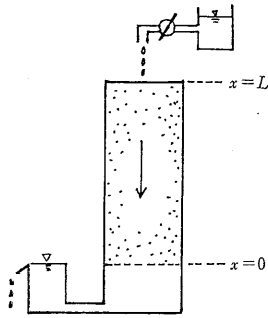


図-3. 一次元鉛直浸透流出で想定する実験装置
An experimental apparatus for measuring the discharge caused by a one-dimensional, vertical flow

$$\psi_*(z_*) = (1 - z_*)\delta/\alpha \quad (20)$$

とする。

初期流量は、 $x=0$ において $q = D \cdot K_s \cdot \sin \omega$ であり、 $q_*=1$ が初期流量の無次元表示となる。また、この初期流量と $t_*=1$ に相当する時間との積は wLD となり、 $t=0$ における土層中の総貯留水量に等しい。(10) 式に示される時間についての無次元化は、「 $t=0$ における流量がそのまま継続するとき、流出総量が $t=0$ における貯留量と等しくなる時間」を基準としているといえる。

本報において流量通減は、 $x_*=0$ における q_* の時間変化によって検討されることになる。

なお、(12) 式を求める無次元化の過程で、(9) 式のかわりに $z_*=z/L$ を用いると、(12) 式に相当する式に含まれる無次元パラメータは、 α , β , $\tan \omega$ の三つとなる。しかし、境界条件が $0 \leq z \leq D/L$ となり、 $t_*=0$ のときの q_* は土層厚の関数となる。流量通減を取り扱う解析においては、常に $q_*=1$ が初期流量となる無次元化が合理的といえる。

実際の斜面において、ここで与える初期条件はほとんど生じないと考えられるが、どのような初期条件からでもしだいに一つの平衡過程に漸近することを想定し、いわゆる合成通減曲線に相当するものとして、この初期条件による通減曲線を論ずる。

2. 一次元浸透の場合

前項で取り扱った二次元モデルの特別な場合として、一次元の基礎式を示す。一次元の場合をここで扱うのは、単純な条件のもとに不飽和流の流出通減の特性がよく表現されるからである。

ここでは、(1) 式において $\omega=90^\circ$ に相当する鉛直浸透を考える。これは、図-3 に示すような土をつめた鉛

直カラムにおける浸透流出を想定するものである。図-3 において、土層全体が飽和するように飽和透水係数に等しい流量で上端から水を供給し定常に達した後、水供給を停止し、その後の流量通減を考察する。

このとき、(1) 式および (12) 式は右辺第 2 項が 0 となり、右辺は第 1 項のみとなる。(12) 式は、

$$\begin{aligned} & -\psi_*' \exp(-\psi_*') \frac{\partial \psi_*}{\partial t_*} \\ & = -\frac{\partial}{\partial x_*} \left\{ (\psi_*' + 1)^\beta \exp(-\psi_*' \cdot \beta) \left(\alpha \frac{\partial \psi_*}{\partial x_*} + 1 \right) \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

となる。無次元パラメータは α , β の二つである。

無次元流量 q_* は、流量 q に対し、

$$q_* = q/K_s \quad (22)$$

の関係である。初期条件は二次元の場合の (17) 式に $\omega=90^\circ$ を代入したことに対応するもので、

$$t=0 \text{ のとき, } \psi(x)=0$$

無次元表示では、 $\psi_*(x_*)=0$ を与える。下流端条件は、

$$t_* \geq 0, x_*=0 \text{ において } \psi_*=0$$

とする。

これらの条件は、二次元の場合と基本的に同様であり、初期流量の無次元表示も $q_*=1$ となる。

3. 飽和浸透流の基礎式

これまで示した飽和-不飽和流のモデルに対し、飽和領域のみの水移動を考える飽和浸透流の基礎式を示す。不飽和領域を含めて考えた場合との差異をみるためである。

図-1 (b) に示す斜面地下水について、飽和流を対象とする、いわゆる DARCY 則は、

$$w \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K_s \cdot h \left(\cos \omega \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + \sin \omega \right) \right\} \quad (23)$$

ここに、 h : 不透水層に垂直方向の水深である。(23) 式の h を z と読みかえて、(8)~(10) 式の関係を用いて無次元化すると、

$$\frac{\partial h_*}{\partial t_*} = \frac{\partial}{\partial x_*} \left\{ h_* \left(\delta \frac{\partial h_*}{\partial x_*} + 1 \right) \right\} \quad (24)$$

となる。

飽和流のみを考えたときの無次元パラメータは δ のみである。

また無次元化された流量 q_* は

$$q_* = q/(D \cdot K_s \cdot \sin \omega) \quad (25)$$

であり、二次元飽和-不飽和流のときと同様の関係である。

初期条件、境界条件は、

$$\left. \begin{aligned} t=0 \text{ のとき } h &= D \\ t \geq 0, x=0 \text{ で } h &= D \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

を与える。

(12), (21), および (24) 式の各基礎式を対比すると次の整理ができる。

無次元パラメータは、二次元飽和-不飽和流では α , β , γ , δ の四つが含まれ、一次元飽和-不飽和流では α , β の二つ、飽和浸透流では δ のみが含まれる。 γ , δ は地形特性のみに対応するパラメータで、 α , β は不飽和流を考える際に特有のパラメータである。

III. 計 算 方 法

(12), (21), (24) 式をそれぞれ前述の初期条件、境界条件のもとに解き、 q_* を求める方法に、FREEZE (2) および岡(4)の方法を準用した差分式による数値解法を用いた。この方法は、谷(12), 太田ら(6)でも用いられており、とくに工夫した点はないので、(12)式についてのみ文末の付録に示した。

IV. 無次元ハイドログラフの検討

1. 飽和浸透流の通減ハイドログラフ

飽和浸透流における無次元パラメータは δ のみである。 δ の変化による無次元ハイドログラフの変化を図-4に示した。

点線で示した長方形のハイドログラフは、 $\partial h / \partial x = 0$ のキネマティックウェーブで線形的な流出をすると仮定した場合のものである。

δ の値が大きくなるにつれ、この長方形のハイドログ

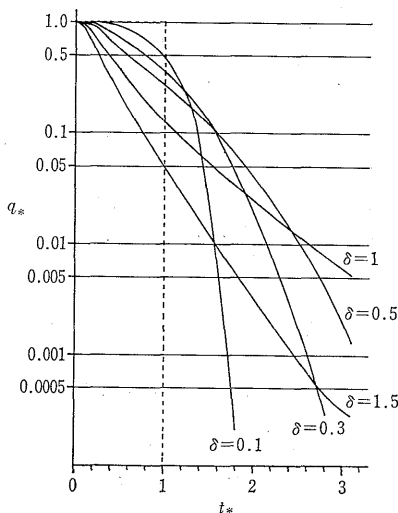


図-4. 飽和流のみを考慮したときの無次元通減ハイドログラフ

Dimensionless hydrographs using saturated-flow model

ラフからしだいに通減部が裾を引くようになっていく。これらのハイドログラフはいずれも片対数紙上で直線に近似しうる部分をもつが、 δ が0.5より小さいときその傾きは急である。

2. 一次元飽和-不飽和浸透流の通減ハイドログラフ

一次元浸透流で無次元パラメータは α , β の二つである。図-5 (a) は、 $\beta=6$, $\alpha=-1.5 \sim -0.1$ で求めた

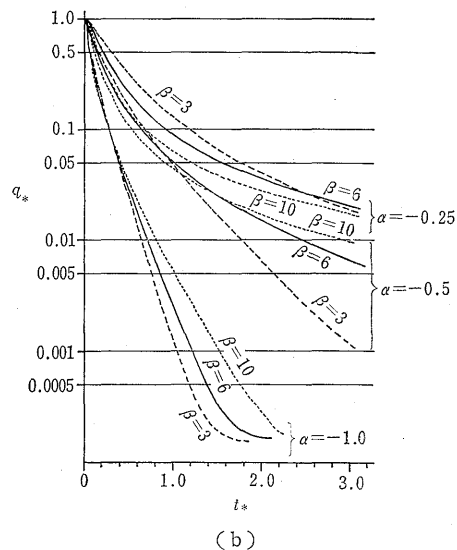
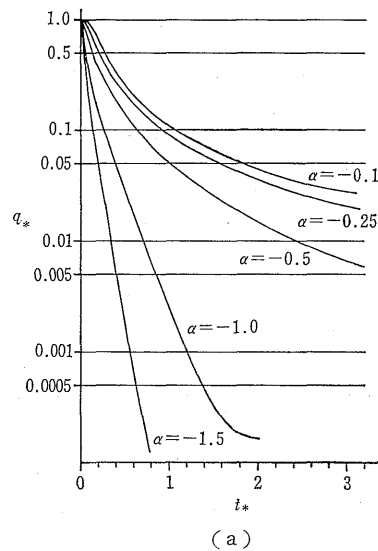


図-5. 一次元鉛直浸透流の無次元通減ハイドログラフ

Dimensionless hydrographs using one-dimensional, vertical-flow model

(a) $\beta=6$, $\alpha=-1.5 \sim -0.1$

(b) $\beta=3, 6, 10$, $\alpha=-1.0 \sim -0.25$

無次元ハイドログラフである。

β は BRUTSAERT(1) によれば通常 2~5 の範囲といわれるが、マサ土を用いたシミュレーションでは鈴木ら(9)、太田ら(6)により 5~6.5 が用いられている。

α を定める ϕ_0 は、谷(12)により、砂 -40 cm, ローム -80 cm, 粘土 -150 cm という目安が与えられている。砂質であるマサ土を想定して $\phi_0 = -40$ cm とすると、 α の値は $L=20$ cm のとき -2, $L=400$ cm のとき -0.1 となる。図-5 に示されている計算例のパラメータは上記の α , β の範囲に含まれている。

図-5 (a) で、 α が 0 に近づくと無次元ハイドログラフはしだいに一つの通減曲線に収束する。これは、(21) 式で $\alpha \rightarrow 0$ とすると、有効飽和度 S を用いて、

$$\frac{\partial S}{\partial t_*} = \frac{\partial S^\beta}{\partial x_*} \quad (27)$$

という β のみに支配される式になるからである。図-5 より、 α が -0.25 より 0 に近いとき、共通の β をもつ無次元ハイドログラフはおおむね似たものとなるといえる。

次にパラメータ β についてであるが、 β の本質的意味は (27) 式がパラメータとして β のみを含むということにあり、これについてはあとで検討する。ここでは、

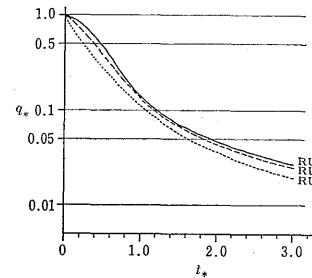
表-1. 二次元飽和-不飽和浸透流計算例
Parameters for the two-dimensional saturated-unsaturated flow model

Series 1			
	Run-1	Run-2	Run-3
Slope length L (m)	5	10	20
Soil depth D (cm)	100	100	100
Slope angle ω (deg)	30	30	30
α	-0.16	-0.08	-0.04
β	6.0	6.0	6.0
r	0.2	0.1	0.05
δ	0.346	0.173	0.087
Series 2			
	Run-4	Run-3	Run-5
Slope length L (m)	20	20	20
Soil depth D (cm)	50	100	200
Slope angle ω (deg)	30	30	30
α	-0.04	-0.04	-0.04
β	6.0	6.0	6.0
r	0.025	0.05	0.1
δ	0.043	0.087	0.173
Series 3			
	Run-6	Run-3	Run-7
Slope length L (m)	20	20	20
Soil depth D (cm)	100	100	100
Slope angle ω (deg)	15	30	45
α	-0.077	-0.04	-0.028
β	6.0	6.0	6.0
r	0.05	0.05	0.05
δ	0.187	0.087	0.05

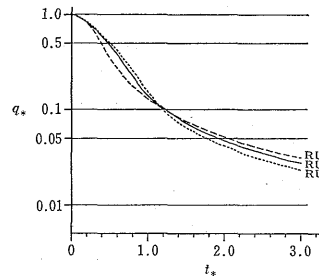
α が -1.0, -0.5, -0.25 の三つのケースについて、 β を 3, 6, 10 と変えて計算した結果を図-5 (b) に示すにとどめる。

3. 二次元飽和-不飽和浸透流の通減ハイドログラフ

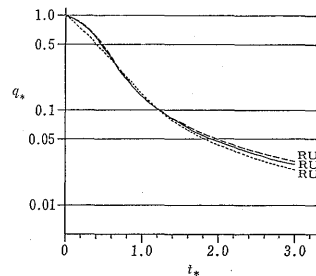
二次元飽和-不飽和浸透流の無次元パラメータは α , β , r , δ の四つである。ここでは、 ϕ_0 と β に一次元の場合と同様にマサ土を想定して $\phi_0 = -40$ cm, $\beta = 6$ を与え、山腹斜面で考えられる L , D , ω の組合せから無次元パラメータの組合せを得て行った結果を用いて検討を行う。斜面長 L を 5~20 m, 土層厚 D を 50~200 cm, 勾配 ω を 15~45° とし、表-1 に示すパラメータの組合



(a)



(b)



(c)

図-6. 二次元飽和-不飽和流の無次元通減ハイドログラフ

Dimensionless hydrographs using two-dimensional saturated-unsaturated flow model

(a) Series 1 ($L=5\sim 20$ m, $D=100$ cm, $\omega=30^\circ$)

(b) Series 2 ($L=20$ m, $D=50\sim 200$ cm, $\omega=30^\circ$)

(c) Series 3 ($L=20$ m, $D=100$ cm, $\omega=15\sim 45^\circ$)

For details of parameters for each hydrograph see Table 1.

せを用いて無次元ハイドログラフを求めた。これらを斜面角のみが変わっているシリーズ1, 土層厚のみが変わっているシリーズ2, 勾配のみが変わっているシリーズ3の3種に分けて比較する。

これらの結果は、図-6(a)~(c)に示される。全体的に無次元ハイドログラフは相互に似た結果となっている。ここで与えたパラメータの範囲では、飽和浸透や一次元の検討で現われたような無次元ハイドログラフの多様さは生じていない。図-6の各ハイドログラフは流出初期(ほぼ $t_* = 1$ まで)に上向きに凸となる傾向を示し、それ以降は下向きに凸となっている。これは、飽和流を扱う図-4で上向き凸、一次元飽和-不飽和流を扱う図-5で下向き凸のハイドログラフが得られていることに対応する。流出初期には飽和流のパラメータ δ が、 $t_* = 1$ 以降は不飽和流のパラメータといえる α, β が流出通減を特徴づけると理解しうる。

図-6で相互に似たハイドログラフが生じたのは、表-1で与えた斜面長と勾配の組合せが、マサ土を想定した ϕ_0 の値とともに、 α の値をすべて -0.25 より0に近い値とし、一次元で検討されたようにハイドログラフに大きな差異をもたらさないとされた範囲の α の値となっていることによる。表-1で与えた斜面長は20mまでであるが、これより長い斜面長の場合 α はさらに0に近づくから、これらの場合もここに示したハイドログラフとかけ離れたものは生じない。

4. 通減ハイドログラフの近似解

基底流出の特性をさらに単純化して検討することを試みる。

実際の流域で基底流出段階と分類される期間は、ここで用いるモデルにおいては $t_* = 1$ 以降のどこかの時点に相当すると考えられる。このとき、主に影響するパラメータは α, β である。 α は ϕ_0, L, ω の関数であるが、 ϕ_0 は谷(12)が示すように砂から粘土まで $-40 \sim -150$ cmの範囲をとる値であるとする、山腹斜面で通常生ずる α の値は -0.25 より0に近い値となる。前節で想定した砂質土以外の土壌でも無次元ハイドログラフは $t_* \geq 1$ において図-6に示されたものと類似するといえる。このとき、相互に類似するハイドログラフを $\alpha = 0$ の無次元ハイドログラフで代表させ、その特性を検討しておくことは重要である。

$t_* \geq 1$ において、パラメータ δ の影響が α, β にくらべて二次的であることを考慮すると、 $\alpha = 0$ のとき、二次元の基礎式である(12)式における右辺第2項を省略した式が検討すべき式となる。この式は、有効飽和度 S を用いて表示すると、

$$\frac{\partial S}{\partial t_*} = \frac{\partial S^\beta}{\partial x_*} \quad (28)$$

となり、(27)式とまったく同様である。(28)式では、 $S^\beta = q_*$ であるから、同式は

$$\frac{\partial S}{\partial t_*} = \frac{\partial q_*}{\partial x_*} \quad (29)$$

と表現しうる。この関係を実次元で表示すると、

$$\text{運動則} \quad S = kq^p \quad (30)$$

$$\text{連続式} \quad wD \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial q}{\partial x} \quad (31)$$

ここで、

$$k = \left(\frac{1}{D \cdot K_s \cdot \sin \omega} \right)^p, \quad p = \frac{1}{\beta} \quad (32)$$

となる。

流出通減を検討するとき、(12)式で表現される現象は、(28)式のように近似的に扱えることを示す結果といえる。(30)~(32)式の表現より β は運動則の非線形性を表わすパラメータで、 $\beta = 1$ のとき線形運動則となり飽和DARCY則に相当し、 $\beta > 1$ となる不飽和浸透流が非線形運動則となっていることが示される。

ここで、(28)式を新たな流出通減の基礎式として、通減ハイドログラフを検討する。一定降雨強度で流出が定常状態になり、下流端で $q_* = 1$ ($S = 1$)となる初期条件からの流出通減を考える。この初期条件は、地点 x_* の t_* 時の無次元流量を $q_*(x_*, t_*)$ とすると、

$$q_*(x_*, 0) = 1 - x_* \quad (33)$$

となる。

特性曲線法を用いて(29)式を(33)式の条件で解くと、下流端流量 $q_*(0, t_*)$ は、

$$q_*(0, t_*) = q_*(\xi_*, 0) = 1 - \xi_* \quad (34)$$

ここで、 ξ_* は

$$t_* = \frac{\xi_*}{\beta(1 - \xi_*)^{1-1/\beta}} \quad (35)$$

を満足する値をとる。

(35)式を数値解することにより求めた(34)式のハイドログラフを図-7に示す。同図は、 $\beta = 1, 5/3, 6$ の3例と、図-6のRUN-3の結果を記している。

β によるハイドログラフの差異は、 $\beta = 1$ と $\beta > 1$ で大きく生じ、 $\beta = 5/3$ と6の差は比較的小さい。なお、 $\beta = 5/3$ は表面流の運動則であるManning則の非線形性に相当する値である。

次に、RUN-3の結果と(34)式の解を比較する。流出初期にRUN-3は $\beta = 1$ の値に接近し、 $t_* > 1$ で $\beta = 6$ に漸近している。これは、ここで与えている初期条件で S が下流端から上流端へ1→0と分布しているのに対し、RUN-3を含む前節まではすべて $S = 1$ と与えてい

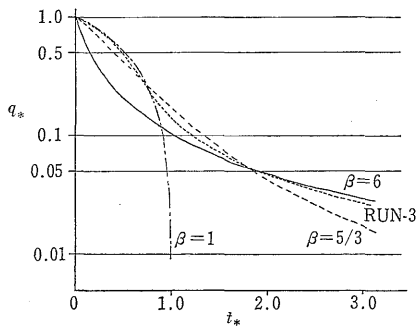


図-7. (34), (35) 式を用いた無次元通減
ハイドログラフ
Dimensionless hydrographs using Eqs. (34)
and (35)

ることの反映である。RUN-3 では $\beta=6$ が与えられていても流出初期は飽和流が卓越し、不飽和流が卓越する段階になって $\beta=6$ を与えた (34) 式の解に漸近すると理解できる。

基礎式の差異を比較するとき同等の初期条件を与えることが望ましいが、ここではそれぞれの基礎式で容易に与えられる初期条件が設定されている。しかし、図-7の結果は、 β が同一であれば与える初期条件が異なっても、 $t_* > 1$ において一つの通減曲線に漸近することを示すものであり、通減特性の検討において本節で初期条件を変更したことが支障とならないことを示している。

以上より、流出通減を検討するうえで (28), (29) 式は重要な式であり、その通減関数は (34), (35) 式で表されることが示された。

流域における観測で出水後しだいに一つの通減曲線に漸近する基底流出が生ずることをモデル的に考察すると、降雨直後は (12) 式における右辺第 2 項および初期条件の影響が大きい、しだいに (28) 式で表現される段階へ至り、降雨量や降雨パターンによらない再現性をもつ現象が生ずるといふ説明ができよう。

基底流出という概念はハイドログラフの分析からもたらされたものであるが、ハイドログラフの中で基底流出と見なされる条件は、(12) 式の右辺第 2 項を無視しうる段階に対応すると思われる。

複雑な要因が関与する不飽和領域の水分移動を (28) 式のように表現することは、これまで飽和流についてのみ行われてきた基礎式の無次元化を不飽和流についても行う手法とともに、基底流出の特性を調べるための有効な作業仮説であると思われる。

なお、上記の検討は図-1 (b) のようにモデル化した斜面土層を対象にしてなされているのであるから、不透

水層が水平である場合や土壌が層状の構造をしている場合については別途検討が必要である。そして、山腹斜面を図-1 (b) のようにモデル化し、単純化された (28) 式を用いて基底流出を考察することの適否は、山腹斜面や山地小流域の観測結果と対比することにより検証されるが、この点については次報で報告する予定である。

本研究の過程で京都大学農学部武居有恒教授、小橋澄治助教授より有益な助言をいただいた。また同福嶋義宏助手、林業試験場関西支場谷 誠研究員とは詳細な討論を重ねた。ここに心から感謝の意を表す。なお、本研究における計算の一部は、京都大学大型計算機センターを利用した。

引用文献

- (1) BRUTSAERT, W.: Probability laws for pore-size distributions. *Soil Sci.* **101**: 85~93, 1966
- (2) FREEZE, R. A.: Three-dimensional, transient, saturated-unsaturated flow in a groundwater basin. *Water Resour. Res.* **7**: 347~366, 1971
- (3) 丸井英明: 自然斜面における表層崩壊の研究. (京大農学部博士論文), 1981
- (4) 岡 太郎: 裸地斜面域における土壌水の流動解析. 京大防災研年報 **21-B 2**: 251~261, 1978
- (5) 奥西一夫・江角周一: 山地小流域に関する陸水学的研究 (Ⅲ) 谷頭部に形成される地下水の特性. 京大防災研年報 **16 B**: 1~13, 1973
- (6) 太田岳史・福嶋義宏・鈴木雅一: 一次元鉛直不飽和浸透を用いた雨水流出特性の検討. 日林誌 **65**: 125~134, 1983
- (7) 瀬口昌洋・田中宏平・四ヶ所四男美: 山地小河川の基底流出通減曲線とその物理的意味. 農土論集 **97**: 1~8, 1982
- (8) 塩沢 昌・中野政詩: 不飽和層の排水過程としての地下水涵養機構. 農土論集 **92**: 35~42, 1981
- (9) 鈴木雅一・吉田裕弘・福嶋義宏: 裸地における土壌水分と蒸発量の関係についての検討. 京大演報 **52**: 83~90, 1980
- (10) 高木不折: 低水流出の低減特性に関する研究. 土木学会論文集 **128**: 1~11, 1966
- (11) ———・松林宇一郎: 遅い中間流出・地下水流出の非線形性について. 土木学会論文報告集 **283**: 45~55, 1979
- (12) 谷 誠: 一次元鉛直不飽和浸透によって生じる水面上昇の特性. 日林誌 **64**: 409~418, 1982
- (13) ———・福嶋義宏・鈴木雅一: 山腹斜面における地下水位の観測結果. 91回日林論: 411~413, 1980
- (14) 塚本良則: 山地流域内における水文現象の解析. 東京農工大演報 **6**: 1~79, 1966
- (15) 山口伊佐夫: 水源地帯における地下水流出現象の基礎的研究. 東大演報 **58**: 133~285, 1963

付 録

1. (12) 式の数値解法

(12) 式を、(18)~(20) 式の条件のもとに解き、無次元ハイドログラフを得る方法について述べる。ここで扱う式はいずれも無次元化されているので、 x, z, t, ϕ, q

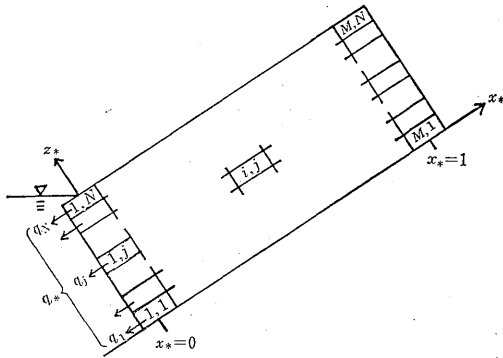


図-8. 差分モデル
Model for the difference equation

につく無次元を表わす添字(*)を省略する。

(12) 式の差分モデルを図-8 のようにとる。

$$\begin{aligned}
 & -\phi_A' e^{-\phi_A'} \left(\frac{\phi_{i,j}^t - \phi_{i,j}^{t-\Delta t}}{\Delta T} \right) \\
 & = \frac{1}{\Delta X} \left[(\phi_B' + 1)^{\beta} e^{-\phi_B' \cdot \beta} \left\{ \frac{\alpha}{2 \Delta X} (\phi_{i+1,j}^t \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \phi_{i,j}^t + \phi_{i+1,j}^{t-\Delta t} - \phi_{i,j}^{t-\Delta t}) + 1 \right\} \right] \\
 & - \frac{1}{\Delta X} \left[(\phi_C' + 1)^{\beta} e^{-\phi_C' \cdot \beta} \left\{ \frac{\alpha}{2 \Delta X} (\phi_{i,j}^t \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \phi_{i-1,j}^t + \phi_{i,j}^{t-\Delta t} - \phi_{i-1,j}^{t-\Delta t}) + 1 \right\} \right] \\
 & + \frac{1}{\gamma^2 \Delta Z} \left[(\phi_D' + 1)^{\beta} e^{-\phi_D' \cdot \beta} \left\{ \frac{\alpha}{2 \Delta Z} (\phi_{i,j+1}^t \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \phi_{i,j}^t + \phi_{i,j+1}^{t-\Delta t} - \phi_{i,j}^{t-\Delta t}) + \delta \right\} \right] \\
 & - \frac{1}{\gamma^2 \Delta Z} \left[(\phi_E' + 1)^{\beta} e^{-\phi_E' \cdot \beta} \left\{ \frac{\alpha}{2 \Delta Z} (\phi_{i,j}^t \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \phi_{i,j-1}^t + \phi_{i,j}^{t-\Delta t} - \phi_{i,j-1}^{t-\Delta t}) + \delta \right\} \right] \quad (a1)
 \end{aligned}$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned}
 \phi_A &= (\phi_{i,j}^{t'} + \phi_{i,j}^{t-\Delta t})/2 \\
 \phi_B &= (\phi_{i+1,j}^{t'} + \phi_{i,j}^{t'} + \phi_{i+1,j}^{t-\Delta t} + \phi_{i,j}^{t-\Delta t})/4 \\
 \phi_C &= (\phi_{i,j}^{t'} + \phi_{i-1,j}^{t'} + \phi_{i,j}^{t-\Delta t} + \phi_{i-1,j}^{t-\Delta t})/4 \\
 \phi_D &= (\phi_{i,j+1}^{t'} + \phi_{i,j}^{t'} + \phi_{i,j+1}^{t-\Delta t} + \phi_{i,j}^{t-\Delta t})/4 \\
 \phi_E &= (\phi_{i,j}^{t'} + \phi_{i,j-1}^{t'} + \phi_{i,j}^{t-\Delta t} + \phi_{i,j-1}^{t-\Delta t})/4
 \end{aligned} \right\} (a2)$$

とし、

$$\phi' = \begin{cases} \phi & (\phi \leq 0) \\ 0 & (\phi > 0) \end{cases} \quad (a3)$$

とする。添字 $t - \Delta t$ は時間方向に 1 ステップ前を意味し、 t' は繰り返し計算における前回の解を意味する。

下流端条件は、

$$\phi_{1,j} = \frac{\delta}{\alpha} \cdot \Delta Z \cdot \left(N + \frac{1}{2} - j \right)$$

とし、計算中一定である。下流端 (1, j) において (a1) 式は、

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{1}{\Delta X} \left[(\phi_B' + 1)^{\beta} e^{-\phi_B' \cdot \beta} \left\{ \frac{\alpha}{2 \Delta X} (\phi_{2,j}^t \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \phi_{2,j}^{t-\Delta t} - 2\phi_{1,j}) + 1 \right\} \right] - \frac{1}{\Delta X} \frac{q_j^t + q_j^{t-\Delta t}}{2} \quad (a4)
 \end{aligned}$$

ここで、 q_j は図-8 の (1, j) の差分格子より下流側へ流出する流量。

(a1), (a4) 式を未知数 ϕ^t ごとにまとめると、

$$\begin{aligned}
 a_{j-1+(i-1)N} \phi_{i,j-1}^t + a_{j+(i-2)N} \phi_{i-1,j}^t + a_{j+(i-1)N} \phi_{i,j}^t \\
 + a_{j+iN} \phi_{i+1,j}^t + a_{j+1+(i-1)N} \phi_{i,j+1}^t = b_{j+(i-1)N} \quad (a5)
 \end{aligned}$$

$$a_j q_j^t + a_{j+N} \phi_{2,j}^t = b_j \quad (a6)$$

となる。

(a5) 式に $i=2 \sim M$, $j=1 \sim N$ を入れ、(a6) 式に $i=1$, $j=1 \sim N$ を入れると、未知数 q_j^t および $\phi_{i,j}^t$ を $M \times N$ 個含む $M \times N$ 元の連立方程式が得られる。この方程式を解いて、 $\phi_{i,j}^t$, q_j^t を得る。これを (a2) 式に代入し、 $\phi_{i,j}^t$ が収束するまで繰り返す。

下流端流量は、

$$q = \sum_{j=1}^N q_j \quad (a7)$$

である。

なお、計算中は次式によって水収支を調べる。

$$d = 1 - \left(\sum_{i=2, j=1, N}^M S_{i,j} + \sum_{t=0}^t q \Delta t \right) \quad (a8)$$

ここで、 $S_{i,j} = (\phi_{i,j} + 1) e^{-\phi_{i,j}}$ 。d は数値計算上の誤差から生ずるか、本報告に用いた範囲でこの点が問題になることはなかった。

RUN 1~7 は $M=11$, $N=10$, $\Delta T=10^{-3}$ で計算している。

(1983 年 6 月 25 日受理)