

開水路の水位調整のための応答時間の解析

誌名	農業土木試験場報告
ISSN	05495725
著者	関谷, 剛 高木, 強治
巻/号	25号
掲載ページ	p. 251-258
発行年月	1986年3月

開水路の水位調整のための応答時間の解析

関谷 剛*・高木強治*

目 次

I 緒 言	251	IV 下流端水位を下降させる場合	256
II 数値計算の方法	251	V 結 言	257
III 下流端水位を上昇させる場合	253	参考文献	257
1 連続的に変化させる場合	253	Summary	258
2 段波を流下させる場合	255		

I 緒 言

開水路の水理制御に関し解決すべき問題の一つに、水位と流量を目標の状態に到達させるのに要する時間の問題がある。目標に速やかに到達させるためには、操作初期に最終的に必要な操作量を上廻る操作を加える方法がある。これは慣性のある系の一般的性質で、初期の操作を大きくすれば目標への到達時間を短縮できるが、目標に到達後速やかに安定させるために逆の操作が必要であり、操作量には実現可能な物理的限界がある。開水路では、一般に入力の加え方が限られており、水理的变化の伝わり方にも制約があるので、水路の構造と水理条件により、制御方式等によっては変える事のできない最大の操作速度が決定される。

開水路の非定常流に関する問題では、解析解が得られないため、数値計算法が多く用いられている。一般に用いられている数値計算法の中で、特性曲線法は省略や仮定が少なく信頼性の高い方法であるが、計算結果の得られる位置と時刻が不規則となるため使い難い所がある。しかし、この方法は水理的变化の伝わる距離と時刻を特性曲線を追うことにより明確に知る事のできる特徴を持っている。この性質を利用すると、特性曲線を追う事により操作とその結果の関連を知る事ができる。又、特性曲線の離合を調べることで段波の発生や物理的に不可能な状況の発生を知ることができる。

本報文は、このような性質を利用して、開水路の応答性の限界として下流端の水位操作に必要な最短時間を理論的に求めたものである。

II 数値計算の方法

水路の構造は Fig. 1 のような下流端にゲートのある一

区間の水路とした。流入水量は任意に与えられるものとし、ゲートは自由流出するものとした。水路の断面形は単一幅の長方形水路とした。下流端のゲートは操作しないものとし、ゲートの上流側の水位を流入量によって制御する場合について検討した。初期条件は適当な水位が保たれた常流とし、操作後も常流となる場合を対象とした。

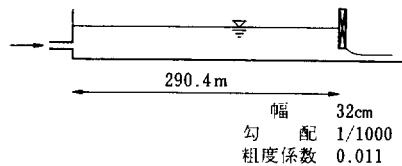


Fig. 1 水路略図
Sketch of channel

Table 1 記号一覧
List of symbols

記号	内 容
B	水路幅
C^+, C^-	正, 負の特性曲線
C_d^+, C_u^+	段波の通過前と後の特性曲線
g	重力加速度
h	水深
P	未知の特性格子点
Q_e	操作後の定常流量
R, R'	既知の特性格子点 (C^+ 方向の点)
S, S'	" (C^- 方向の点)
S_f	エネルギー勾配
S_x	底勾配
t	時間
v	流速
x	距離
v_w	段波の速度

* 水工部

昭和60年6月30日受理

長方形断面の一次元非定常流は次の運動及び連続の方程式で表される。記号はTable 1に示した。

$$\begin{cases} g \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g(S_f - S_x) + \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \\ h \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \end{cases}$$

特性曲線法ではこれを次の2組の方程式に変換して用いる¹⁾。

$$\sqrt{\frac{g}{h}} \frac{dh}{dt} + \frac{dv}{dt} + g(S_f - S_x) = 0 \quad (1-1)$$

$$\frac{dx}{dt} = v + \sqrt{gh} \quad (1-2)$$

$$-\sqrt{\frac{g}{h}} \frac{dh}{dt} + \frac{dv}{dt} + g(S_f - S_x) = 0 \quad (1-3)$$

$$\frac{dx}{dt} = v - \sqrt{gh} \quad (1-4)$$

(1-2)はFig. 2の $x-t$ 平面上で正の特性曲線 C^+ を表し、(1-1)式は、この線上で意味を持つ。(1-4)式は同図の負の特性曲線 C^- を表し、(1-3)式は、この線上で意味を持つ。(1-1)～(1-4)式に含まれる未知数は h, v, x, t の4個なので、両特性曲線の交る位置において、4式を連立方程式として解くことにより、その点の h, v, x, t を求められる。一般には $t = 0$ において水路各点の値を初期値として与え、時間の増す方向に計算を進める。しかし、境界条件が与えられれば距離方向に計算を進められる。本報告では、この距離方向への計算を主に用いる。両者の計算手順の違いは次のようになる。

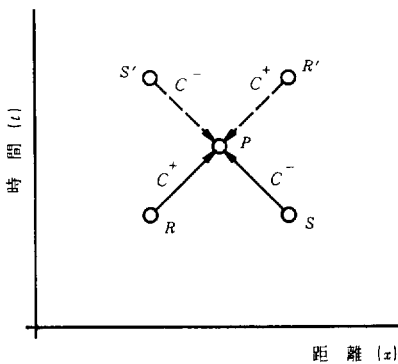


Fig. 2 計算の方向
Direction of computation

まず、一般的な時間方向への計算手順はFig. 2の $x-t$ 平面上で R 点及び S 点を h, v, x, t の与えられた既知の点、 P 点を次に h, v, x, t を求める点とすると、 R 点を通る C^+ 線と S 点を通る C^- 線の交点として P 点が決まる。 R 点と P 点に(1-1)(1-2)式を適用し S 点と P 点に(1-3)(1-4)式を適用し、連立方程式として解くことにより P 点の h, v, x, t を求める。このような計算を順次繰返して、時間軸の方向に計算を進める。

次に距離方向に計算を進めるには、 S', R 点の値が既知のとき、 R, P 点に(1-1)(1-2)式を適用し、 S', P 点に(1-3)(1-4)式を適用して、連立方程式として解くことにより P 点の値が求められ、 x 軸の方向に計算を進めることができる。同様にして R', S 点の値を既知として P 点の値を求めるときは距離の減ずる方向に計算を進められる。

この方法を用いてWylieは開水路の任意な点の水位の時間的变化を条件として与えれば、それを満たすための操作が求められる事を示した²⁾。Fig. 1の水路にその方法を適用して、初期状態から操作後の定常状態に到る全過程の $x-t$ 平面を概念的に示すとFig. 3のようになる。 $b \sim c$ は下流端水位を変化させる期間で、どう変化させるかを設定する。 $a \sim b$ は変化の始まる b 点を通る初期定常状態についての C^+ 特性曲線である。その位

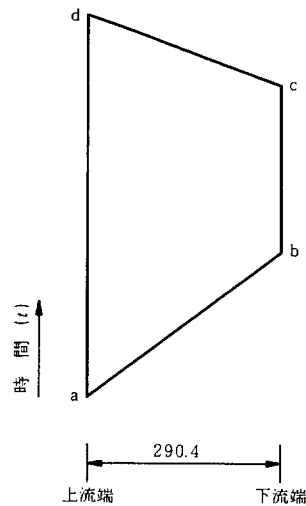


Fig. 3 下流端水位操作のための過渡現象の生ずる範囲
Transient zone for changing of water level at downstream end

置は、背水計算によって水深、流速を求めると、波速と距離の関係から定まる。c～dは下流端の水位変化の終るc点を通る C^- 特性曲線で操作後の定常状態についての背水計算によってa～bと同様にして決定される。次いでa～b～c～d線上の点を既知点として上流側に特性曲線群を求めて行くことによりb～c間に設定した水位変化を生じさせるのに必要な流入水量の変化が求められる。

この方法の特徴の一つは設定した時間内に初期の定常状態にある水位を次の定常状態に移行させる点であり、次の定常状態に漸近させる一般的な操作方法では操作終了の時期が不明確で操作時間があいまいなのと対照的である。この性質によって、ある操作に必要な最小の時間が明確に定められる。水位を上昇させる場合と下降させる場合とで条件が異なるため以下別々に記した。

Ⅲ 下流端水位を上昇させる場合

Fig. 3のc～d線は操作により定常状態に到達した流れについての C^- 特性曲線である。a～b線については、上流端で段波を生じさせる場合と連続的な変化をさせる場合（段波を生じない範囲で操作する）が考えられる。

1 連続的に変化させる場合

この場合はa～b線は初期定常流についての C^+ 特性曲線となる。定常流においては水路内各点の水位、流速は背水計算によって定まる値が唯一のものであり、それに従って、各点の特性曲線の傾きは(1-2)(1-4)式により確定する。その場合の特性曲線は通過する点の一つ与えられれば、その延長上の位置はすべて定まる。

本報告の操作法はc～d線以後（Fig. 3でc～d線の上方）は定常状態となるように行うものなので、c、d点は定常状態に到達しているものとして扱える。c点を通る C^- 特性曲線は操作後の定常状態における水理条件のみによって完全に決定されることになる。従って、c～d間の時間は操作法によって変えることはできない。又、初期定常状態に含まれるa、b点を通る C^+ 特性曲線は初期定常状態における水理条件だけで確定されるので、a～b間の時間を操作法によって変えることはできない。

過渡期間全体を定めるために任意性の残されているのはb～c間の設定の仕方だけであり、0にできれば全体の操作時間は最短となる。b～c間を0にした場合の特性曲線を概念的に示すとFig. 4のようになる。a～b線はFig. 3と同じ初期定常における C^+ 線である。e～b線はb点において操作後の水位と流速によって定められ

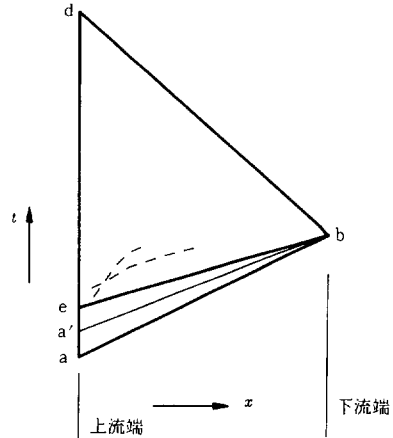


Fig. 4 下流端水位上昇のための最短時間操作
Minimum time operation for rising of water level at downstream end

る C^+ 線を上流側にたどったものである。

a'～bはa～e間の任意の値を求めるためb点において、水位変化の中間値の水位とその水位に対応する流速について得られる C^+ 線を上流にたどったものである。

e～b及びa'～b線を求める具体的な手順は次のようになる。Fig. 5においてK点の値は前述のように初期値についての背水計算で求められる。L点はb点において中間の水位について得られる C^+ 線とK点を通る C^- 線の交点として求められる。M点の値はb点において操作後の水位について得られる C^+ 線とL点を通る C^- 線の交点として求められる。Fig. 4のe～b～d内の特性曲線はe～b～d線上の点を既知点として順次上流側に求められる。

このようにして求めた計算例と、その結果に従って流入量を変化させた模型水路における実測値をFig. 6に示した。操作開始から流入量のピークに到る期間の変化が下流端での水位の瞬間的变化に対応し、その後の流入量の急減と引続くゆるやかな変化が時刻b以後の下流端水位を一定するための操作となる。模型実験の結果は流入量の鋭い変化を正確に発生させることが困難で不完全ではあるが、大よそは計算通りの現象が生じることを示せたと考える。

流入量の最大値と、それに続く流入量の谷の深さは上流に進むにつれて大きくなる。流入量の増大する場合は波速も増すため上流側に進むにつれてFig. 4のa～b～e内のように時間軸方向に特性曲線の間隔が広がるので C^+ 特性曲線同士が交ることは無い。しかし、それに続く流量の減小する期間では、上流に向うにつれて波速が

遅くなるため C^+ 特性曲線の時間軸方向の間隔が狭くなり Fig. 4 に点線で示したように C^+ 同士の交差が生じることがある。これはその点で負の段波を形成することになり、流入量の操作では不可能なので、実現し得ない操作となる。

以上により下流端の水位を瞬間的に変える操作は、必要なピーク流量が供給可能で、流量減少時に C^+ 線の交差が生じない範囲で可能な事がわかった。ピークの流量

は水路が長くなり下流端の水位変化を大きくするにつれて増大する。流量減少期の C^+ 線の間隔は距離が長くなる程小さくなり、下流端の水位変化が大きくなるにつれて C^+ 線の交差する位置は下流に下がる。この2条件により、水路の長さが定めれば下流端における実行可能な最大の水位変化が定まり、水位変化が与えられれば実行可能な水路の長さが定まる。

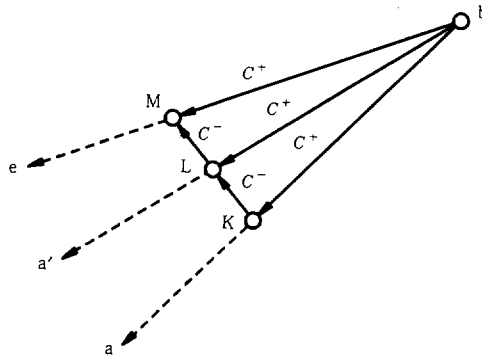


Fig. 5 下流端における計算方法
Procedure of computation at downstream end

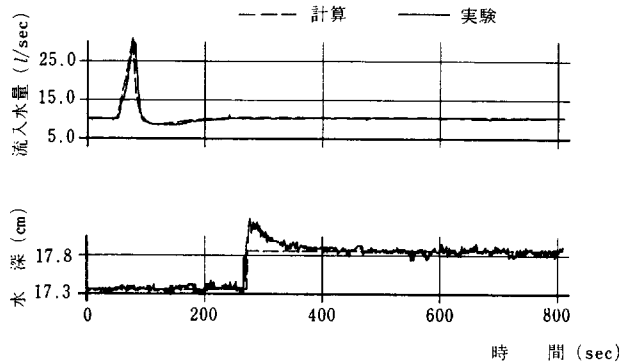


Fig. 6 下流端水位上昇の計算と実験の結果
Results of calculation and experiment on rising of water level at downstream end

2 段波を流下させる場合

上流端で段波を発生させる場合も特性曲線を概念的に示すと Fig. 4 となるが、この場合の a ~ b 線は段波の位置を表したものとなる。

他の線は連続的に変化させる場合と同じ意味を表す。段波の伝わる速度は初期定常流での C⁺ 線より速いので、全体の所要時間を表す a ~ d 間は連続的に変化させる場合より若干短縮される。

段波の位置を表す a ~ b 線の求め方は以下のようなる。

段波の前と後の水深と流速の関係は Fig. 7 の記号を用いて次式で表される³⁾。

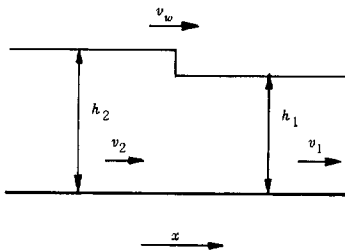


Fig. 7 段波の記号
Notation of surge

$$(v_1 - v_2)^2 = (h_1 - h_2)^2 \frac{(h_1 + h_2)g}{2h_1 h_2} \dots (2)$$

下流端で水位を急変させるためには、下流端に段波が到達したときの段波の後面の流量が、操作後の水位に対応した流量 Q_e となっている必要から

$$h_2 \cdot v_2 \cdot B = Q_e \dots \dots \dots (3)$$

となる。h₁, v₁ は下流端における初期定常値なので(2), (3)から段波が下流端に到達する瞬間の h₂, v₂ が得られる。h₂ が求まると下流端における段波の速度 V_w が次式で求められる⁴⁾。

$$v_w = \sqrt{\frac{gh_2}{2h_1} (h_1 + h_2)} + v_1 \dots \dots \dots (4)$$

上流から正段波が流下する場合の特性曲線法による位置の決定は Fig. 8 に示すように 2 本の C⁺ 線の交点として求められる。図中の C_u⁺, C_d⁺ は段波の通過後と通過前の水深、流速についての特性曲線を表す。C_d⁺ はこの場合は初期定常流における特性曲線なので既知であるが、下流側から計算を進める場合は C_u⁺ と段波の線の 2 つが未知であり、下流側の条件だけでは決定できないので次の仮定をした。隣接する C_u⁺ 線同士 (Fig. 8 の m, n)

を平行にすることで、新たに求める C_u⁺ 線 (Fig. 8 の n) は C_u⁺ 線同士が交差しない範囲での、ほぼ最小の勾配 (最大の波速) となる。この仮定を用いて Fig. 8 の H 点の値を既知として I, J 点を求める手順は次のようになる。

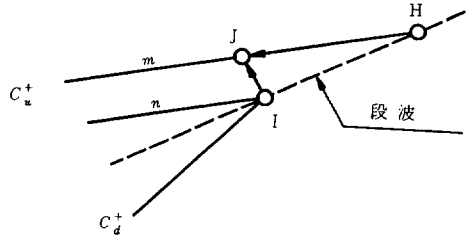


Fig. 8 段波の位置の決定法

Procedure to determine the surge line

- ① I 点の x 軸上の位置を定め、初期値についての背水計算によって段波の下流側の値 (Fig. 7 の h₁, v₁) を求める。
- ② I 点の段波の速度を仮定する。H ~ I 間の段波の速度に両点の平均値を用いて、I 点の t 軸上の位置を定める。
- ③ (2)(4)式を用いて I 点の段波の上流側の値 (Fig. 7 の h₂, v₂) を求める。同時に I 点における C⁺ 線 n が求まる。
- ④ Fig. 2 の S 点, R' 点から P 点を求める方法によって、I 点と H 点から J 点を求める。同時に J 点における C⁺ 線 m が求まる。
- ⑤ ③④により得た m, n 線が平行していなければ②に戻り、仮定した段波の速度を修正して、m, n 線が平行するまで②~⑤の計算を繰返す。

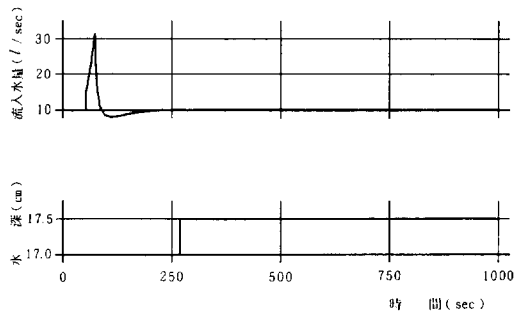


Fig. 9 段波を流下させる場合の下流端水位上昇の計算例
An example of computation on rising of water level at down stream end with suddenly increasing inflow

この方法により Fig. 6 と同条件で計算した例を Fig. 9 に示した。Fig. 6 と比較すると操作初期の流量の増大する部分の前部が一部垂直になり時間が若干短縮されるが、その後の変化はほぼ同じである。段波を加えてもあまり変わらない理由として、下流端で設定した水位変化に対応する入射させるべき段波の波高が小さいことである。Fig. 9 は下流端水位を 5mm 上昇させた例であるが、この場合の下流端に入射させる段波の高さは 0.3mm となる。Fig. 9 の n 線の傾きを試算を行って上流端まで交差を生じない最小値にすれば、更に時間を短縮する可能性はあるが、下流端に到達したときの段波の大きさが定まっているので、大きな差は生じ得ない。

IV 下流端水位を下降させる場合

操作前と操作後の特性線の傾きの大小関係が Fig. 4 とは逆になるので、下流端で瞬間的に水位を変える操作は不可能である。実現可能な最短の操作は上流端で流量を瞬間的に減少させるもので、特性曲線の概念的な形を Fig. 10 に示した。b ~ c 間の水位変化は任意ではなく、もし、上流側から定められる値より急速に減少させようとすれば、点線で示したように途中で C^+ 線同士の交差が生じる。

この場合の具体的な計算方法は次のようになる。Fig. 11 において、a ~ b は初期定常流についての C^+ 線で既知である。a ~ c 線は a 点の水深は初期値のままにして

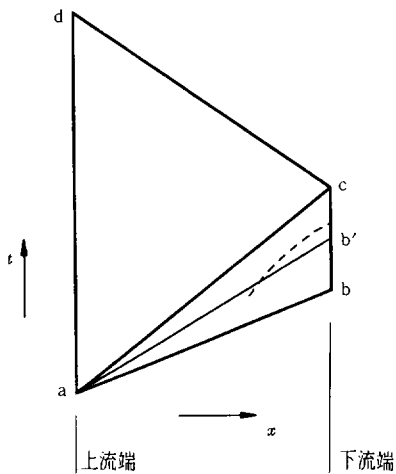


Fig. 10 下流端水位下降のための最短時間操作
Minimum time operation for lowering of water level at downstream end

流量だけを減少させたときの C^+ 線を下流端までたどったものである。a ~ b' は a 点の水深は初期値のままにして流量だけを操作前と操作後の中間の値にしたときの C^+ 線で b ~ e 間の中間の値を求めるためのものである。各格子点の求め方は a 点を出発する C^+ 線の求め方を除いて、時間方向に計算を進める場合と同じになる。Fig. 10 の a ~ c ~ d 内は Fig. 4 の e ~ b ~ d 内と同様に a ~ c ~ d 線上の点を既知の点として上流側に向かって計算を進める。

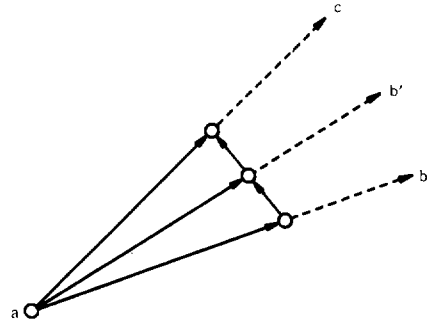


Fig. 11 上流端における計算方法
Procedure of computation at upstream end

Fig. 12 に上流端の流量を瞬間的に 0 にした場合の計算例を示した。操作開始時の流入量の瞬間的に変化する部分が下流端の水位変化を形成し、その後の流量が急増する部分と引続くゆるやかな変化をする部分が、時刻 c 以後の下流端水位を一定に保つための操作に当たる。水位を上昇させる場合と異なり a ~ c 線以後に特性曲線が交差する事はないので、特性曲線の位置関係からの問題は生じない。下流端に生じさせ得る最大の水位変化の幅は流入量を 0 以下にできないので、Fig. 11 の値がこの場合の最大値となる。

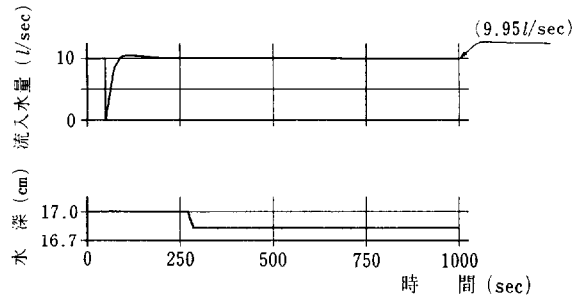


Fig. 12 下流端水位下降の計算例
An example of computation on lowering of water level at downstream end

V 結 言

開水路の下流端水位を、流入水量によって制御する場合に必要な最小の時間とその様な操作が可能のための条件を明らかにした。水位を上昇させる場合の最小の操作時間は、上流端に生じた水理的变化が操作前の水理条件で下流端に達し、操作後の水理条件のもとで上流端まで戻るのに要する時間となる。水位を下降させる場合には、上昇の場合と同様に操作前の水理条件で、上流端に生じた水理的变化が下流端に達するための時間に、上流端で発生させた時間方向の幅が0の流量変化が下流端に達したときに有する時間方向の幅を加え、更に操作後の水理条件で下流端の水理的变化が上流端に戻るための時間を加えたものとなる。

これらは主として理論上の可能性を求めたもので、わずかな変化をさせるために流入部で大きな激しい操作が求められ、実用の水路で実行する事は適当でないと考えられる。実際の制御方法としてでなく、制御方法を工夫

しても越えられない限界のあることを示し、応答も早くするためにはどのような問題が生ずるかを明らかにしたものである。

この計算方法を応用すれば、流入水量の操作に実際的な制約を設けた場合の最短の操作時間等を求める事は可能なので、今後は更に実用的な操作方法を求めて行く計画である。

参考文献

- 1) Wylie, E. B. (1969): Control of transient free surface flow. *Proc. Am. Soc. Civil Eng., J. Hydraul. Div.*, 95 (11), 349
- 2) 同上, 351 ~ 352
- 3) Chow, Ven Te 著 石原藤次郎訳 (1962): 開水路の水理学Ⅱ, 522, 丸善
- 4) 同上, 520

Analysis of Minimum Time Regulation of Water Level in Open Channel

by Takeshi SEKIYA and Kyoji TAKAGI

Summary

In the method of characteristics usually numerical integration performs in the time direction, but if the conditions are known at point s' and r or r' and s , in Fig. 2, it is possible that the integration performs in the distance direction. By using this technique, if the time variation of water level at the downstream end is given, it is possible to determine the time variation of inflow that is required to bring about given variation at the downstream end.

The purpose of this paper is to be clear the minimum time required to control of water level at the downstream end of open channel by regulation of inflow. Fig. 1 is the sketch of the channel.

The results are obtained as follows.

Rising of water level.

(1) The entire transient zone in the $x-t$ plane for instanteneous rising of water level at the downstream end is shown in Fig. 4 and the result of computation and hydraulic model experiment on that case are shown in Fig. 6.

(2) When inflow can instanteneously increase at the upstream end, the duration of the transient will be shorter than the duration which shown in Fig. 6. An example of that case is shown in Fig. 9.

These results show that the mimimum time required to rise up of water level at downstream end is the sum of the following two time periods, ① to transfer the disturbance from the upstream end to the downstream end, ② to transfer the disturbance from the dewnstream end to the upstream end.

Lowering of water level.

Instantaneous lowering of water level at the downstream end is impossible, because, in such case, adjoining characteristics lines intersect each other (shown in Fig. 10 as a dashed line). The entire transient zone in the $x-t$ plane for the minimum time lowering is shown in Fig. 10 and the result of computation on that case is shown in Fig. 12.

In this case, two characteristics lines emanated from the same point at the upstream end expand in the time direction at the downstream end. The minimum time required to draw down of water level at the downstream end is the sum of the following three time periods, ① to transfer the disturbancs from the upstream end to the downstream end, ② to change the water level at the dewnstream end, ③ to transfer the disturbance from the downstream end to the upstream end.

(Received June 30, 1985)