

リー波に関する実験的研究

誌名	水産工学研究所研究報告
ISSN	03889718
著者	乃万, 俊文
巻/号	8号
掲載ページ	p. 49-57
発行年月	1987年3月

農林水産省 農林水産技術会議事務局筑波産学連携支援センター
Tsukuba Business-Academia Cooperation Support Center, Agriculture, Forestry and Fisheries Research Council
Secretariat



リー波に関する実験的研究

乃万俊文*

目 次

1. はじめに.....	49	3.3 実験の条件および地形模型	52
2. これまでの研究.....	49	4. 実験結果および考察.....	53
3. 実験の方法.....	51	5. 結 論.....	55
3.1 連続成層の形成およびその測定	51	参考文献.....	56
3.2 流況の観測	52	Summary	57

1. はじめに

海洋における密度構造として上層には風や波によって混合された混合層があり、その下端には密度が急増する密度躍層がある。更に下層へ向って密度が漸増（連続成層）している。このような密度構造に流動現象が作用すると密度構造に起因する乱れや波を生じる。そのような海洋中の流動現象の一つにリー波がある。

リー波とは密度鉛直構造、水深および流速によって定められる密度流としての常流、内部常流条件下、地物によって発生する波で、通常海面で見られるように伝播することはなく、場所に固定した地形波で大気中では吊し雲といって山岳の風下に発生することがある。風下に発生することから lee wave と呼ばれる。同様な現象は上下層ではっきり密度の異なる成層下や密度が漸次変化する連続成層をなした水中でも見られる。

このようなリー波、密度成層下の流動現象が海の生物の行動に影響を与えていることが考えられる。例えば天然礁や人工魚礁において魚群がその潮上側（上流側）に集まることが知られている^{1,2)}。その原因は現在不明とされているが、地物とそれによる流動環境を明らかにすることは、その原因究明の一つの手がかりとなる。地物模型とその流影に関して均質流（河川水のように密度が全水深にわたって同じであるような流れ）については解析されている。密度成層下について検討を試みた。

リー波に関するこれまでの実験方法は、連続成層を形成させて流れを与えることが困難なため、密度成層流体中に地物模型を入れこれを曳行した場合の流況が、一様流中におかれた地物周辺の流況に等しいとするガリレオ

変換によるものである。その場合流況を知るためには地物曳行時における可視化した流況写真数枚から例えば流線を描くというやや煩雑な方法によらねばならない。

ここでは、人工魚礁が設置されるような数十mの水深に見られる連続成層条件下のリー波を対象として水槽実験を行う。そのため新たな実験手法として、回流水槽において流れの中におかれた地物によるリー波を可視化装置による染料軌跡で直接求め検討した。

なお、実験については当時東海大学海洋学部学生であった林浩志、宮沢智和両氏の協力を得た。ここに記して感謝します。また、この研究は沿整直轄調査「人工礁の計画配置」の一部をなす研究であることを付記し関係者各位にお礼申し上げます。

2. これまでの研究

成層流体中で地形によって誘起されるリー波は Long (1955)³⁾ によって明らかにされ、定常状態での理論モデルとして知られている。それは、

1. 流体は非粘性、非圧縮性とする。
2. 流れは二次元定常流とする。
3. 基本流（起伏の影響を受けない上流側での流れ）の流速 U 及び密度 ρ は(1)式を満足することを前提とする。

$$\rho U^2 = \text{const} \quad \sigma^2 = \frac{1}{U^2} \frac{g}{\rho} \frac{d\rho}{dy} = \text{const} \quad \dots(1)$$

ここに、 y ：鉛直座標、 g ：重力の加速度。

これらの条件で計算可能とし、起伏による流線の変位量 δ に関する基本式として次式を導いた。

$$\nabla^2 \sigma^2 + \sigma^2 \delta = 0 \quad \dots(2)$$

ここに、 $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ $\delta = y - y_0$

* 水産土木工学部

以後、長さの項を水深 h で除し無次元化して扱おう。
設置地物の形状を

$$f(x) = \left. \begin{aligned} &\frac{a}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi x}{b}\right) && -b \leq x \leq b \\ &= 0 && x < -b, b < x \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

ここに、 a : 地物の無次元高さ、 b : 地物の無次元長の半分 (対称形)、 x : 無次元水平軸

とすると、境界条件は(4)式のようにになる。

$$\left. \begin{aligned} y = 1 & \text{ で } \delta = 0 \\ y = 0 & \text{ で } \delta = f(x) \\ x \rightarrow -\infty & \text{ で } \delta = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

(4)式を満たす2式の解は領域分割法によって

○ $x < -b$ の領域 I

$$\delta = -a \sum_{n=n_1+1}^{\infty} \left[\frac{\gamma_n}{2} \{ e^{a_n(x+b)} - e^{a_n(x-b)} \} \sin n\pi y \right] \dots\dots(5)$$

○ $-b \leq x \leq b$ の領域 II

$$\begin{aligned} \delta = &\frac{a}{2\sin\sigma} \sin\sigma(1-y) + \frac{a \cos \pi x/b}{2\sin\{(\sigma^2 - \pi^2/b^2)^{1/2}\}} \\ &\times \sin\{(\sigma^2 - \pi^2/b^2)^{1/2}(1-y)\} \\ &+ a \sum_{n=1}^{n_1} [\gamma_n \cos a_n(x+b) \sin n\pi y] \\ &+ a \sum_{n=n_1+1}^{\infty} \left[\frac{\gamma_n}{2} \{ e^{-a_n(x+b)} + e^{a_n(x-b)} \} \sin n\pi y \right] \dots\dots(6) \end{aligned}$$

○ $b < x$ の領域 III

$$\begin{aligned} \delta = &-a \sum_{n=1}^{n_1} [2\gamma_n \sin a_n b \sin a_n x \sin n\pi y] \\ &- a \sum_{n=n_1+1}^{\infty} \left[\frac{\gamma_n}{2} \{ e^{-a_n(x-b)} - e^{-a_n(x+b)} \} \sin n\pi y \right] \dots\dots(7) \end{aligned}$$

ここに、 $a_n = |\sigma^2 - n^2\pi^2|^{1/2}$ 、 n_1 は $\sigma^2 - n^2\pi^2$ が正となる最大の正整数。

$$\gamma_n = n\pi / (\sigma^2 - n^2\pi^2) - n\pi / (\sigma^2 - n^2\pi^2 - \pi^2/b^2)$$

境界条件式の第2式から

$$\delta(x, f(x)) = f(x) \dots\dots(8)$$

また、流線 $\phi(x, y) = y_0$ の x における y は

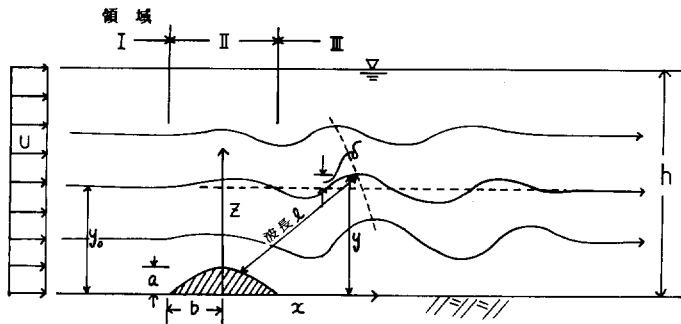


図1 リー波の模式図

Synoptic presentation of lee wave

$$y = \delta(x, y) + y_0 \dots\dots(9)$$

波長については次式を与えている。

$$\frac{l}{h} = \frac{2\pi}{\sqrt{F_i^2 - \pi^2}}, \quad F_i = \frac{U}{\sqrt{g \frac{\Delta\rho}{\rho} h}} \dots\dots(10)$$

ここに、 $\Delta\rho$: 水面と水底面との密度差

波長は図-1に示すよう地物模型表面とリー波波頂を結んだ斜距離をいう⁴⁾。

Davis (1969)⁵⁾ は Long モデルの適用性を検討し、(1)式で示される平方リチャードソン数^{*} K が小さい場合のみ現象を説明するが、 K が大きくなると乱れの影響が現れて有効でなくなると述べている。ちなみに $K > 1$ の場合リー波が存在する。

平方リチャードソン数は次のように表わされる。

$$K = \frac{N \cdot h}{\pi U} \quad N = \sqrt{-\frac{g}{\rho} \frac{d\rho}{dz}} \dots\dots(11)$$

ここに、 z : 水面から上方にとった鉛直軸 (有次元)

なお、 F_i と K の関係は次のようである。

$$K = \frac{1}{\pi F_i} \dots\dots(12)$$

Baines (1977)⁶⁾ は Long モデルと実験結果とを比較し、Long モデルは現象をあまり説明しない。それはモデルで仮定した上流側への影響がないとしたことにあると述べている。

Baines (1979)⁷⁾ は更に実験結果と線型理論 (Long のものだけではない) との詳細な比較検討を行っている。それによると流れは K の値によって次のように分けられる。

$K < 1$ 内部射流 地物の影響が上流へ及ばない

$K > 1$ 内部常流 リー波の存在

$K < 1$ の場合、 $K = 1$ のすぐ近傍まで流況は線型モデルで正確に表現されると述べている ($K = 1$ では線型モデルでは発散する)。 $K > 1$ の場合、全体として流況を説明するが振幅 (図-1中の δ) や位相は必ずしも一致しないと述べている。

以上述べた研究のうち水槽実験は、密度成層を形成させた後これに流れを与えることが困難なため、模型物体そのものを成層中で曳行する方法がとられている。つまり流れの中に設置された物体による流況と、静水中を曳行する物体による流況とが等しいというガリレオ変換を採用している。そのため流れの可視化を行った数枚以上の写真から流線を合成し

* 平方とは平方根の意

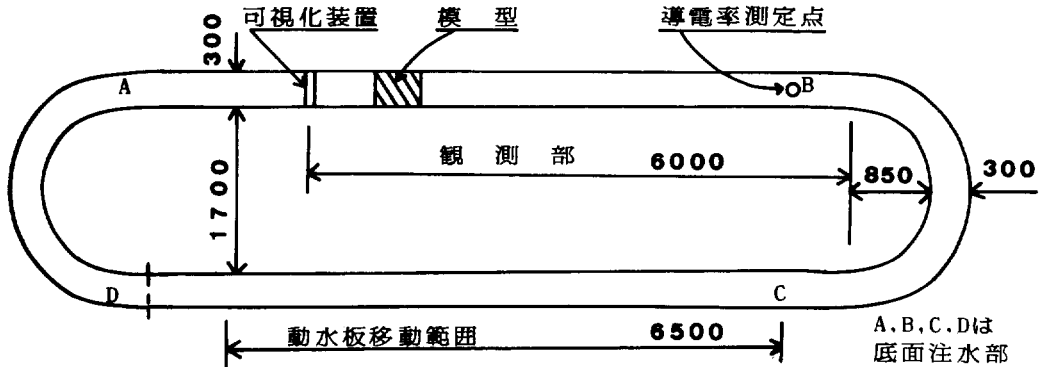
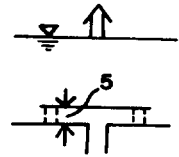


図2 回流水槽 (単位: mm)
Plane view of test channel



ている。

リー波の現地観測に関して大気中のそれは気象学の分野で数多いであろうが、海水中のものについて Farman & Smith (1980)⁹⁾ が報告している。彼らは長さ 102 km に及ぶ入江で、二層流における内部跳水、内部段波、連続成層下のリー波等が成層の程度や潮時によって発生・変化していることを述べている。その中で下げ潮最強流から流れが弛むにつれてリー波が潮上側へ移行する非定常下のリー波現象にもふれている。

3. 実験の方法

リー波を発生させるため地物を人工的に造るとするとこれは隅角部を有する立体とするのが普通であり、このような場合の流況を線型理論で解くのは煩雑であり実用的でない。また人工魚礁を考えた場合流れ方向に複数個構造物が設置されるのが普通で、その場合理論の構築から始めなければならない。ここでは水槽実験で各条件下でのリー波を観察する。そのため流況が直接観察できるよう成層を形成でき、更に流れを起こすことができる回流水槽を用いる。実験対象とするリー波とは地物による流線の変位量の空間分布によって示されるので特に流れの可視化が重要である。密度流実験においては成層を形成させ、1~2時間静止させてから実験を開始するので、それに合致するような可視化方法が必要である。ここでは所定水深から採水しこれに染料を混じり同じ水深へ再投入する新しいトレーサー法によった。

回流水槽において流れはレールに装着した動水板をワイヤーで曳くことで発生させる。動水板の移動距離は 6.5 m、速度 1.5~15 cm/s が可能であるが、振動等を起こさないため 2~6 cm/s の範囲を実験には用いた。

3.1 連続成層の形成およびその測定

連続成層は混合水槽を用いて形成させる。混合水槽は塩水槽及び淡水槽より成り2槽はバルブを介して連結されている。回流水槽への給水に先だち両槽は隔離されているが、給水開始と同時にバルブは開けられ淡水槽水位低下に伴って塩水が淡水槽に流入しここで激しく混合される。従って混合水槽から流出する混合水の濃度は始めは小さく、後になる程大きくなる。この場合の混合水槽から出る混合水の密度 ρ は

$$\rho q = \rho_s q_s + A_0 \frac{d\phi h}{dt} \dots \dots \dots (14)$$

$$q = -(A_s + A_0) \frac{dh}{dt}, \quad q_s = -A_s \frac{dh}{dt}$$

ここに、 ρ_s, ρ_0 : 塩水および淡水槽の初期密度, A_s, A_0 :

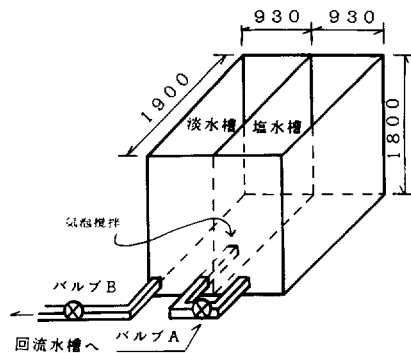


図3 混合水槽
Mixing tank

塩、淡水槽の表面積、 q_s 、 q ：淡水槽への塩水流入量および混合水槽からの流出量、 h ：混合水槽の水位。これを解くと

$$\rho = \rho_s + \left(\frac{h}{H}\right)^{A_s/A_0} (\rho_0 - \rho_s) \dots\dots\dots(13)$$

ここに、 H ：初期水深

連続成層の分布形を直線とするためには

$$A_0 = A_s$$

が必要条件となる。

混合水槽から回流水槽への給水については兩者をつなぐ高架配管中の水を排除する必要があり、このことも考慮して塩水濃度は定める。

密度分布は成層形成後約2時間静置して塩分計（導電率計）センサーで行う。塩分計は予め密度の判った塩水で充分検定してあるので、一種の密度計といった形で使用できる。

3.2 流況の観測

目的が流線の直接観測であるので何らかの方法で流れの可視化を行う必要がある。ここでは対象水塊と同じ挙動をするトレーサーを希望する場所に投入して流況を観察するものとする。実験において水は鉛直方向に密度が異なるため、ある一定密度の染料液を投入しただけでは多層にわたる流況の観測はできない。

そのため新しく可視化装置を開発した。これは成層形成後所定水深位置からある密度の水を吸い上げ、これに染料を加えて再びもとの位置へ放水するもので、具体的には電磁弁を有するパイプ(φ20 mm 長さ12 cm)に所定水深までの長さの注射針(その先端は水平方向に曲げて

ある)をつけたものを10本程度並べ固定したもので、弁を開け試水約25 ccを真空ポンプでパイプに吸い上げ、弁を閉じ染料(マラカイトグリーン約15 mg)を混ぜる。回流水槽に流れを与えると同時に弁を開放して染料水を各所定水深に流す。この場合染料の入った分だけ密度は増加するが実験では染料水が下降するようなことはなかった。

なお、放出水深が小さい場合、染料水が勢いよく出て実験時間内にトレーサーがなくなることがあるため、放出水深によって注射針の口径を変えとか出口付近の口径をしぼるような工夫が必要である。

以上のように流れを可視化して、地形模型による流れの様子(流線)を写真撮影した後読み取る。このため実験部においてはガラス水槽の片面に1 cmメッシュの枠を描いて読み取りの便をはかった。

3.3 実験の条件および地形模型

1) 予備実験

ここでの実験方法はこれまでの方法と全く異なるので、同じような現象が発生するか調べるため Long の実験条件と同様なならかな山形の地形模型で K 値を 1.5 ~ 5 程度まで変化させた。また同時に人工構造物を代表して衝立模型を用いて流況を比較した。(表-1参照)

2) $K3$ 実験

予備実験の結果から礁上流側になだらかな凸部が見られるのは $K=3\sim4$ と読めたのでこの範囲を詳細に調べる。なおリー波波長を正確に読みとるための水深の1/10に相当する半径5 cmの半円型模型を用いた。

3) 非定常実験

表1 地表模形の形状寸法
Models for test

地形模型	a (cm)	b (cm)	c (cm)	勾配
A	5.0	55.0	5.0	1 : 5
B	10.0	105.0	5.0	1 : 5
C	5.0	35.0	5.0	1 : 3
D	10.0	65.0	5.0	1 : 3
E	5.0	-----	0.8	---
F	10.0	-----	0.8	---

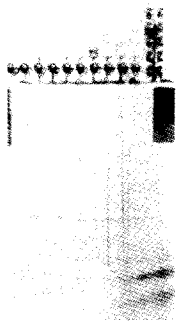
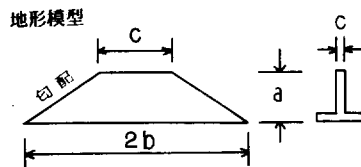


図4 流れの可視化装置
Apparatus for flow visualization



現実の海を考へて加速または減速条件下での流況を調べる。この場合 K 値が半減または倍増するように流速の加速・減速させる。使用した模型は $K3$ 実験と同じである。

4) 並列実験

地形模型をある間隔をおいて並列に配列した場合の流況を調べる。使用模型は $3K$ 実験と同じである。

4. 実験結果および考察

実験を通じての概略の結果は次のようである。(1)式に

示す K 値が $K > 1$ となる地物模型下流側にリー波が発生する。その波長(図-1に示すよう模型から波頂までひいた斜距離)は K が大きくなるにつれて小さくなる。模型高が大きくなると乱れが大きくなり、中・下層でのリー波の観測が困難となる。

1) 台形模型 模型高・水深比 $a/h < 0.1$

斜面勾配を $1:3$ および $1:5$ の模型を用いて比較して、勾配が緩やかになる程波長が長くなることがわかった。この場合波長の測定方法(斜面のどこから測るべきかその基準)がはっきりしない点の問題である。

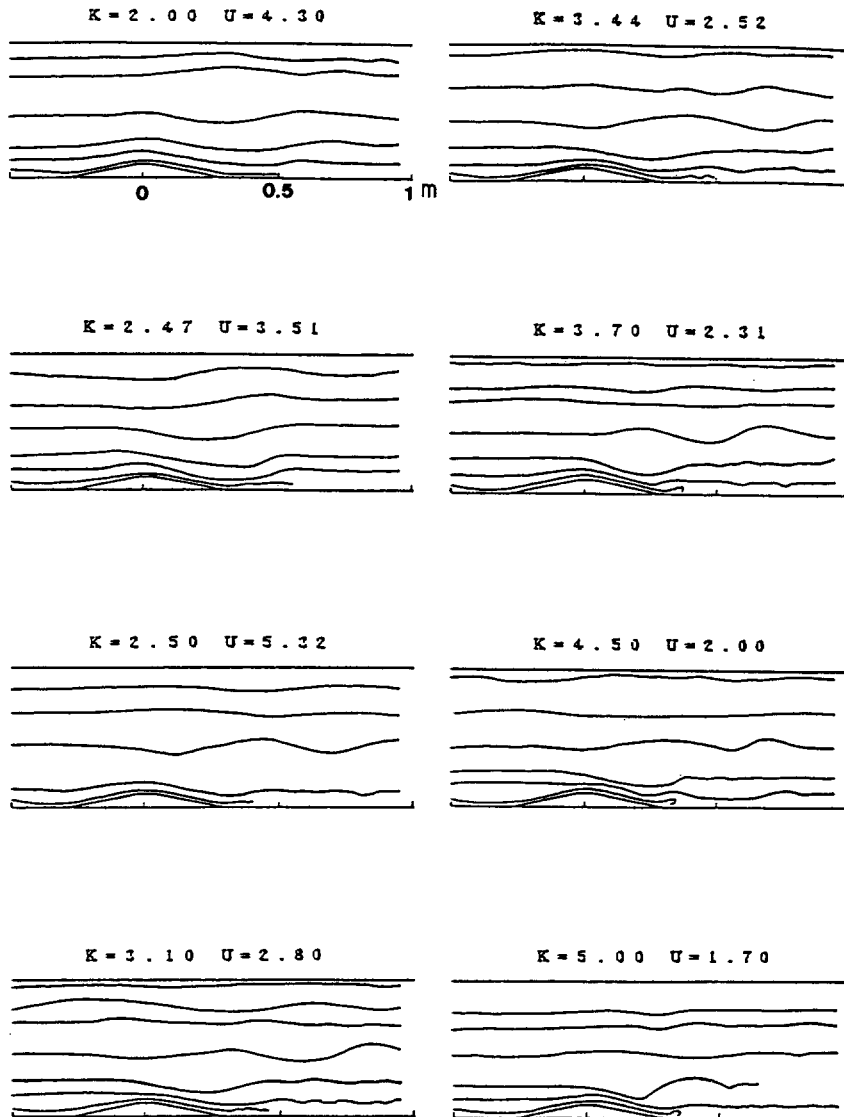


図5 台形模型によるリー波
Variation of lee waves with K and U

これまでの研究では K が1を越えて大きくなる場合、場所に固定して上・中層に独立渦とも見える領域が示され、例えば Long はこれを“rotor”と呼んでいるが、ここでの実験においてそのような領域は見られず、全般的にこれまでの研究結果に比べて振幅が小さくなっている。これは実験方法の差異による流況の相異なるのか Long の解釈が違っていたのかははっきりしない。述べたような渦領域と見える場所へトレーサーを注入した所、トレーサーは速度は小さいながらも層流状態で流下していた。

このようにここでの実験範囲ではあるが、実際の流れを与えた場合上・中層での独立渦の存在が認められないことがこれまでの模型曳行実験と異なる最大の点である。

2) 台形模型 $a/h > 0.1$

a/h および模型体積が大きくなるにつれて模型後流域での乱れが大きくなり、中・下層域においてトレーサーの追跡が不可能となる。乱れの程度は実験の範囲では K の値 ($1.5 < K < 5$) によって余り変わらない。

3) 衝立模型 ($a/h = 0.096, 0.12, 0.19$)

同じく K 値の台形と比べて振幅が小さくなる。衝立のようにはっきりと隅角部を持つ場合 $a/h < 0.1$ でも剝離を起こし、また $a/h > 0.19$ では衝立背後ではっきりした停滞域が認められる。

4) $K3$ 実験

K 値を構成する要素のうち水深 h のみを固定し、流

速、密度分布を変化させて $K=3$ 近傍での流況を観測した。 $K=3$ でゆるやかな凸状流線が模型上流側に発生するが渦に発達するようなことはなかった。

リー波の波長(半円形模型では波長の測定が確実に行なえる)と K 値の関係を図-7に示す。これから K 値が大きくなるにつれて無次元波長は小さくなることがわかる。 $K > 1.2$ の場合の波長 l について Baines は次の線型理論式に合うとしている。

$$\frac{l}{D} = \frac{h}{D\sqrt{K^2 - n^2}} \quad n=1, 2, \dots \dots \dots (16)$$

(16)式による計算値と実験値を比較すると(図中破線)モード1 ($1 < K < 2$) の場合よく合うが、モード2 ($2 < K < 3$) 及び3となると明らかに異った傾向を示す。

実験結果と合うようにするためには(16)式の右辺を n 倍したものとなった。

$$\frac{l}{D} = \frac{nh}{D\sqrt{K^2 - n^2}} \dots \dots \dots (17)$$

5) 非定常実験

加速または減速状態、およびそれからしばらくして定常状態に移行する間の流況を見たが、模型上流側でのリー波の発生は見られなかった。(非定常下ではトレーサーは流線ではなくストリークラインを現わす。)流速および K 値 ($U(\text{cm/s}), K$) は具体的には次のように変化させた。

$$(2.13, 2.5) \rightarrow (4.76, 1.1)$$

$$(4.00, 1.5) \rightarrow (2.70, 2.5)$$

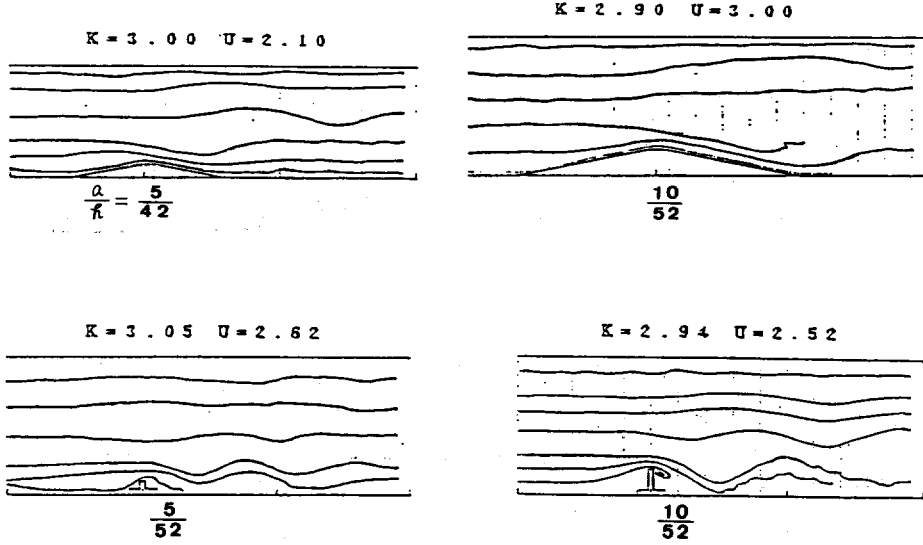


図6 模型の差異によるリー波
Variation of lee waves by the models

6) 並列実験

模型2個を並列に設置した場合の流況を図-8に示す。模型の間隔は予測される波長の1, 1.5および2倍とした。

この場合、本来定常現象であり地形に固定すべきリー波に遷移現象がみられ、時間の経過と共に上流型模型によるリー波の振幅が明らかに減衰しておりあたかも下流側模型の影響が上流側に及んだために上流側での振幅が小さくなったかのようにも見える。

リー波が時間によって異なることは Baines⁷⁾が述べているがそれは模型曳行の場合静止状態から短時間のうちに所定速度に変化させる非定常性によるとしており、運動を開始してからの経過時間が大きくなれば影響はなくなる筈である。

動水板で流れを起こす場合も同様に静止状態から流れを起こすが、その流速の立上り時間(静止からほぼ一定になるまでの時間)は熱線流速計により60秒が得られている。この並列実験での遷移現象は立上りでの非定常性によるものとは考えられない。

5. 結 論

密度成層流特有のリー波についてこれまでの方法と異

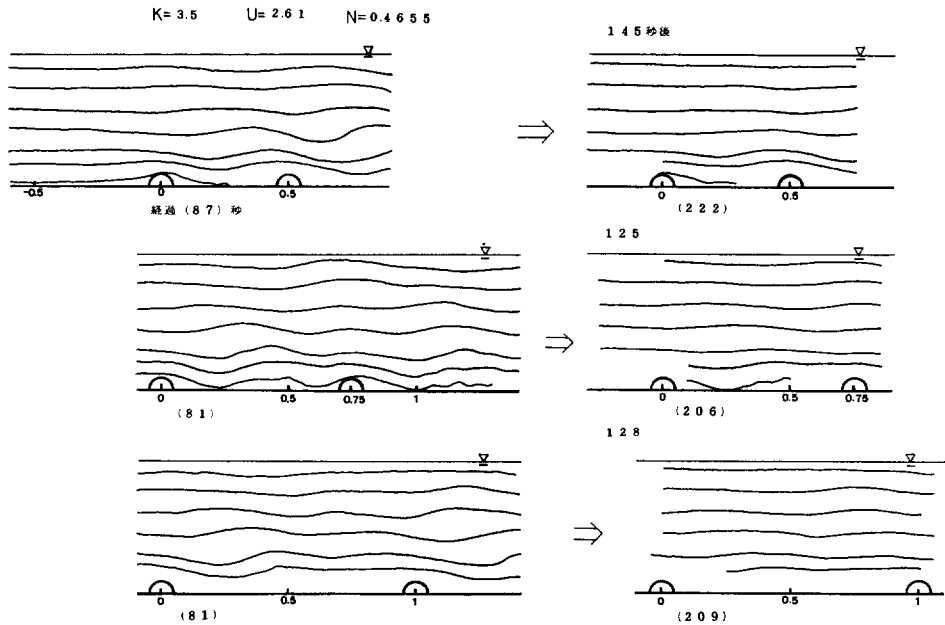


図8 並列実験結果
Lee waves with tandem models

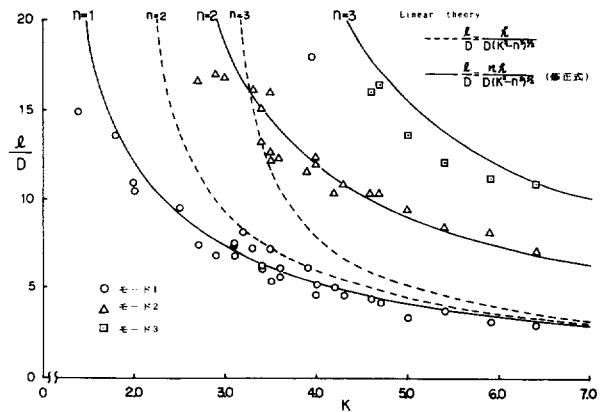


図7 波長とKとの関係
Relation between wave length and K

なり、実際に流れを与える方法で水槽実験を行い次のことがわかった。

- ① リー波存在の条件はこれまで同様 $K > 1$ である。
- ② 上流側流線からのずれで表現されるリー波の振幅はこれまでの結果より小さい。
- ③ 上・中層での独立渦領域は認められない。
- ④ 模型の並列設置における流況は非定常現象が発生

する。

また、これらの実験を通じて、密度成層を形成させ実際の流れを与えた場合の地物によるリー波を可視化装置で観測するという実験方法が確立されたといえる。

参考文献

- 1) 長崎県水産試験場(S 40) : 人工魚礁の漁獲効果に関する調査報告 (漁場改良造成事業等効果認定調査報告昭和37~39) S 40. 3
- 2) 利涉義宣・田中夏積・佐藤俊輔・瀬戸口明弘・平本紀久雄・渡辺寅次郎(S 42) : 昭和41年度大型魚礁効果認定特別調査第2年度報告, 千葉水試報告 No. 7, 1~38
- 3) Long, R.R. (1955) : Some Aspects of the the Flow of Stratified Fluid III Continuous Density Gradients, *Tellus VII*, 341~357
- 4) 田畑淳(1985) : 一様密度成層流体中におけるリー波と渦の相互作用に関する研究, 茨城大学工学部卒業論文
- 5) Davis, R.E. (1969) : The two-dimensional flow of a stratified fluid over an obstacle, *J. Fluid Mech* 36. 1, 127~143
- 6) Baines, P.G. (1977) : Upstream influence and Long's model in stratified flows, *J. Fluid Mech.* 82. 1, 147~159
- 7) Baines, P.G. (1979) : Observation of stratified flow over two-dimensional obstacles in fluid of finite depth, *Tellus* 31, 351~371
- 8) Farmer, D.M. and J.D. Smith (1980) : Tidal interaction of stratified flow with a sill in Knighth Inlet, *Deep-Sea Res.* 27 A, 239~254

Experimental Study on Lee Wave

By

Toshifumi NOMA

Summary

Ocean has density structures such as upper mixed layer due to wave and wind actions its lower end is boundary layer that increases suddenly the density, and below the layer the density increases gradually according to depth. Influenced by water movement the density structure induced disturbance, eddies or internal waves that will affect important effect on the behavior of marine organisms.

Lee wave is one of the under water phenomena under continuous stratification in water flow with obstacle. Usually the experiment of the lee wave is done as follow, i.e. to tow the obstacle in still water for to give water flow against the obstacle. In the paper the experiments are done under water flow against the obstacles. Experimental conditions are ;
Steady and unsteady flow,
single and double obstacle.