

## 落緒位置分布の統計的性質

|       |            |
|-------|------------|
| 誌名    | 日本蠶絲學雜誌    |
| ISSN  | 00372455   |
| 著者    | 寿, 国梁      |
| 巻/号   | 57巻5号      |
| 掲載ページ | p. 355-361 |
| 発行年月  | 1988年10月   |

農林水産省 農林水産技術会議事務局筑波産学連携支援センター  
Tsukuba Business-Academia Cooperation Support Center, Agriculture, Forestry and Fisheries Research Council  
Secretariat



## 落緒位置分布の統計的性質

寿 国梁

東京都文京区・東京大学農学部 (〒 113)

(1987年10月13日 受領)

GUOLIANG SHOU: Statistical properties of the distribution of the position of dropping ends

In this paper, we discussed the properties of the distribution of the position of dropping ends on the cocoon's filament with a statistical approach. At first, we give the absolute and relative expressions of the position of dropping ends, and show the density functions respectively, then we verified the validity of these functions with the original data. (Faculty of Agriculture, University of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo 113)

本論文において、繭糸上に起こる落緒位置の分布特性を統計的な手法で検討した。まず、落緒位置の絶対的と相対的な表現を与え、それぞれの確率密度関数を求めた。そして、実験データを用いて各関数の妥当性を検証した。

繭糸上の落緒位置の分布特性は煮繭工程の処理条件と密接な関係を有し、生糸品質に強い影響を与え、原料繭の重要な解じょ特性の一つである。また、繰糸工程のコンピュータシミュレーションを行う場合、落緒位置の確率密度関数は重要な役割を演じている。原料繭により落緒位置の分布特性は落緒が外層に多いL型、内層に多いJ型と、内外層とも多いU型に大別することができる(嶋崎, 1956)。嶋崎(1961)は実験を通じて、煮繭の処理条件の落緒位置の分布特性への影響を検討した。ここではこのような研究を基にし、実験データを通じて絶対落緒と相対落緒位置の確率密度関数を求め、またその分布特性を統計的に解析した結果をまとめて報告する。

### 理論的解析

#### 1. 使用したデータについて

本研究に使用したデータは坪井(1983)による9繭荷口の解じょ糸長の実験結果である。外国産繭は

昭和55年度入手した中国産繭(以下Aで表示)、バラグイ産繭(以下Bで表示)およびブルガリア産繭(以下Cで表示)の3荷口を用いたが、何れも生産年、蚕期、蚕品種は不明である。日本国内産繭は昭和54年度茨城県産の春産繭(春月×宝鐘, 以下Dで表示)、初秋産繭(錦秋×鐘和, 以下Eで表示)、晩秋産繭(錦秋×鐘和, 以下Fで表示)、昭和56年度茨城県産の春産繭(春月×宝鐘, 以下Gで表示)、初秋産繭(錦秋×鐘和, 以下Hで表示)、晩秋産繭(錦秋×鐘和, 以下Iで表示)の6荷口を用いた。

#### 2. 落緒位置の決め方について

1粒繰糸の場合、落緒位置は絶対的と相対的な表現がある。ここでは、絶対落緒位置は巻き取りしはじめる時点から、落緒の発生する直前までの長さで定義し、不時落緒位置と自然落緒位置との2つの部分に分けられる。これに対して相対落緒位置は不時落緒だけを考え、絶対不時落緒位置をその繭糸長で割ったものと定義し、相対不時落緒位置あるいは層別落緒位置という。

## 方法と結果

### 1. 絶対落緒位置の分布特性

落緒は一般に最外層部に多く、中層部に少なく、内層部に正規分布的な形態をとって再び増加する(嶋崎, 1961)。ここで、まず絶対落緒位置の分布特性を検討してみる。

$X_{ki}$  を落緒  $K$  回の繭の第  $i$  ( $i \leq K+1$ ) 回の落緒までの糸の長さとし、 $f_{ki}(X)$  を  $X_{ki}$  の確率密度関数とすると、絶対落緒位置  $X$  の確率密度関数  $f(x)$  は

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} P(K=k) \sum_{i=1}^{k+1} f_{ki}(x) / (1 + \mu_k) \quad (1)$$

で与えられる。ここに、 $P(K=k)$  は落緒回数  $K$  の確率分布で、 $\mu_k$  は落緒回数  $K$  の平均値である。

嶋崎 (1961), 寿ら (1986) によると、繭糸長は落緒回数  $K$  と独立で正規分布  $N(\mu_y, \sigma_y^2)$  に従う。したがって、不時落緒の部分と自然落緒の部分とを分けて書くと (1) 式は

$$\begin{aligned} f(x) &= f_1(x) \cdot \mu_k / (1 + \mu_k) + \phi(x | \mu_y, \sigma_y^2) / (1 + \mu_k) \end{aligned}$$

となる。

ここに、 $f_1$  は不時落緒による絶対落緒位置の確率密度関数で、 $\phi(x | \mu_y, \sigma_y^2)$  は繭糸長の平均値  $\mu_y$ 、分散  $\sigma_y^2$  を持つ正規分布密度関数である。

一方、坪井の解じょ糸長データから不時落緒数別に絶対不時落緒位置を計算したところ、不時落緒数ごとに絶対不時落緒位置の分布はほぼ一定で、短い指数分布部分と長い正規分布部分との混合分布で近似できることが知られた。即ち、

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \alpha \cdot \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot x) + (1 - \alpha) \cdot \phi(x | \mu, \sigma^2) \quad (2) \end{aligned}$$

ここで  $1/\lambda$  は指数分布部分の平均値で、 $\alpha$  はその部分の割合を示し、 $\mu, \sigma^2$  は正規分布部分の平均値と分散である。Fig. 1 は荷口 A, C, G をあてはめた結果で、ヒストグラムは実測値で、折れ線は (2) 式による最尤推定値 (Table 1) を用いた推定値である。

(2) 式のパラメータの最尤推定 (Table 1) を行うとき、統計計算ソフトウェア SAS の NLIN プ

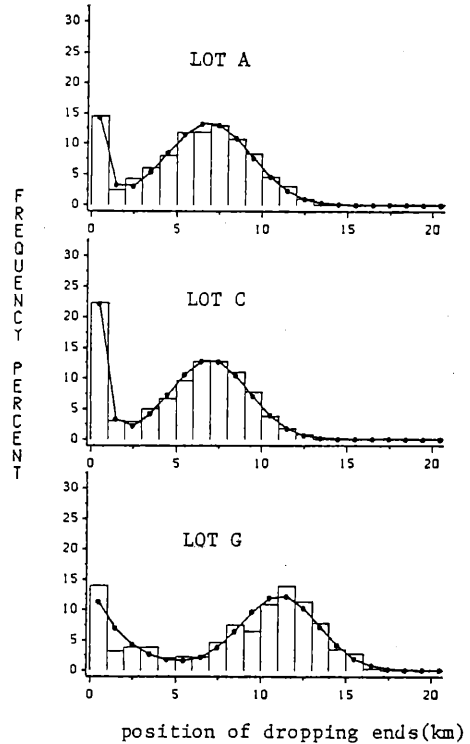


Fig. 1. Distribution of the absolute position of sudden dropping ends.

ロージャーを利用し、Gauss-Newton 法で計算した (SAS Institute Inc., 1985)。

Table 1 に示すパラメータを有する (2) 式の妥当性を検討するために、Kolmogorov-Smirnov 統計量  $D_n$  検定とカイ自乗統計量  $\chi^2$  検定を用いた (Lindgren, 1976)。明らかに Kolmogorov-Smirnov 統計量  $D_n$  の推定値の有意水準  $\Pr\{D > D_n\}$  はいずれも 40% 以上で、あてはめた分布と実際の分布とに差がないといえる。繭荷口 D, E, F, G, H にたいして 1% で  $\chi^2$  検定が有意に見えるが、これはつぎの原因によると思われる。即ち、 $\chi^2$  検定統計量は離散的な確率分布の適合度としてはすぐれているが、連続分布の場合では階級数 (自由度) とサンプル数とに強く依存するので、検定統計量として適当とはいえない。

また、不時落緒数別の絶対不時落緒位置の確率密度関数が同一であるかどうかを検定するために、2

Table 1. Maximum likelihood estimate of parameters in equation (2) and goodness of fit

| Lot | $\hat{\alpha}$ | $\hat{\lambda}$ | $\hat{\mu}$ | $\hat{\sigma}^2$ | $D_n$ | $P_r\{D>D_n\}$ | $\chi^2/f$ | $N$  |
|-----|----------------|-----------------|-------------|------------------|-------|----------------|------------|------|
| A   | 0.159          | 1.904           | 6.87        | 6.08             | 0.117 | 1.00           | 8.82/8     | 743  |
| B   | 0.369          | 1.608           | 8.78        | 6.64             | 0.133 | 1.00           | 12.71/9    | 444  |
| C   | 0.248          | 2.139           | 6.97        | 5.16             | 0.112 | 1.00           | 3.84/8     | 628  |
| D   | 0.303          | 0.289           | 10.11       | 6.94             | 0.279 | 0.64           | 40.62/11   | 708  |
| E   | 0.342          | 0.450           | 9.33        | 5.75             | 0.186 | 0.88           | 42.99/10   | 1005 |
| F   | 0.293          | 0.410           | 9.43        | 4.84             | 0.264 | 0.66           | 38.80/10   | 761  |
| G   | 0.297          | 0.478           | 11.14       | 5.10             | 0.272 | 0.68           | 37.63/11   | 693  |
| H   | 0.311          | 0.256           | 10.03       | 7.52             | 0.364 | 0.41           | 48.56/11   | 591  |
| I   | 0.382          | 0.694           | 9.10        | 9.28             | 0.283 | 1.00           | 9.17/9     | 155  |

Table 2. Comparison between distributions of absolute position of sudden dropping ends with different number of dropping ends

| Lot | $D_{12}$ | $P_r\{D>D_{12}\}$ | $D_{13}$ | $P_r\{D>D_{13}\}$ | $D_{23}$ | $P_r\{D>D_{23}\}$ | $K_1$ | $K_2$ | $K_3$ |
|-----|----------|-------------------|----------|-------------------|----------|-------------------|-------|-------|-------|
| A   | .073     | .610              | .088     | .432              | .143     | .057              | 249   | 188   | 162   |
| B   | .080     | .634              | .105     | .933              | .095     | .978              | 219   | 142   | 30    |
| C   | .093     | .331              | .170     | .043              | .077     | .870              | 251   | 176   | 90    |
| D   | .163     | .007              | .226     | .001              | .114     | .333              | 244   | 190   | 108   |
| E   | .071     | .548              | .055     | .895              | .031     | 1.00              | 269   | 236   | 180   |
| F   | .106     | .164              | .099     | .340              | .124     | .174              | 266   | 194   | 135   |
| G   | .116     | .109              | .213     | .001              | .138     | .109              | 258   | 184   | 129   |
| H   | .117     | .112              | .101     | .639              | .194     | .046              | 249   | 182   | 69    |
| I   | .155     | .677              | .226     | .423              | .298     | .286              | 96    | 28    | 18    |

つの分布を比較する Kolmogorov-Smirnov 検定統計量 (Lindgren, 1976) を用いた。落緒数が 1, 2, 3 である 不時落緒位置の サンプル数はそれぞれ  $K_1, K_2, K_3$  で、二つ分布ずつ比較する Kolmogorov-Smirnov 検定統計量の推定値は  $D_{12}, D_{13}, D_{23}$  で、それぞれの有意水準は  $\Pr\{D>D_{12}\}, \Pr\{D>D_{13}\}, \Pr\{D>D_{23}\}$  である (Table 2)。明らかに、蕪荷口 D, G の落緒 1 回の分布が少し変わった以外すべて有意水準 5% 以上で分布に差があることは認められなかった。また、解じょ率の平均値  $R$  が  $1/(1+\mu_k)$  で与えられるので、絶対落緒位置の密度関数は

$$f(x) = \{\alpha \cdot \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot x) + (1-\alpha) \cdot \phi(x|\mu, \sigma^2)\} \cdot (1-R) + \phi(x|\mu_y, \sigma_y^2) R \quad (3)$$

となる。

Fig. 2 は蕪荷口 A, C, G の絶対落緒位置分布をあてはめた結果である。ヒストグラムは実測値で、折

れ線は (3) 式による最尤推定値 (Table 1 と Table 3) を用いた推定値である。同様に Kolmogorov-Smirnov 統計量  $D_n$  の推定値の有意水準  $\Pr\{D>D_n\}$  はいずれも 60% 以上で、あてはめたと実際の分布とに差がないといえる (Table 3)。参考として  $\chi^2$  検定統計量の推定値もリストした。

つぎに坪井の解じょ糸長データから、第  $i$  回の絶対不時落緒位置の分布を調べてみた。Fig. 3 (荷口 A) に示しているように、第  $i$  回の不時落緒位置の確率密度関数  $g_i$  は

$$g_i(x) = a_i \theta_i \cdot \exp(-\theta_i \cdot x) + (1-a_i) \cdot \phi(x|\xi_i, \eta_i^2) \quad (4)$$

のような短い指数分布部分と、長い正規分布部分との混合密度関数で近似できることが知られた。Fig. 3 のヒストグラムは実測値で、折れ線は (4) 式による最尤推定値 (Table 4, 計算方法は Table 1 と同

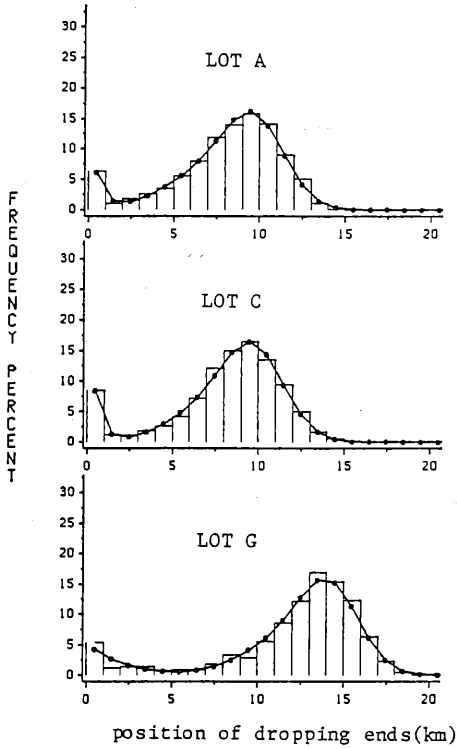


Fig. 2. Distribution of the absolute position of dropping ends.

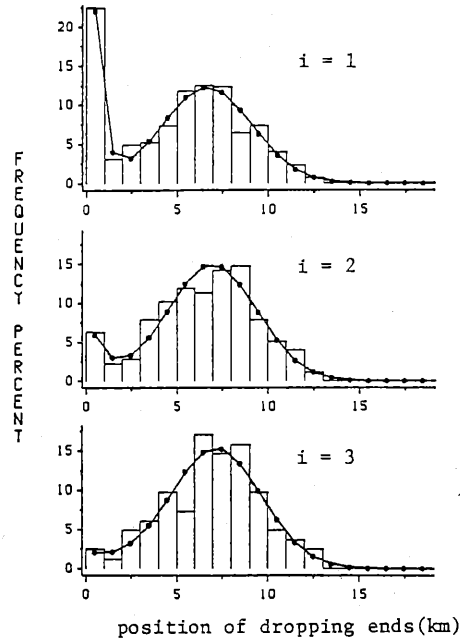


Fig. 3. Distribution of the absolute position of *i*th sudden dropping ends (Lot A).

Table 3. Maximum likelihood estimate of parameters in equation (3) and goodness of fit

| Lot | $\hat{\mu}_y$ | $\hat{\sigma}_y^2$ | $\hat{\mu}_k$ | $D_n$ | $P_r\{D > D_n\}$ | $\chi^2/f$ | $N$  |
|-----|---------------|--------------------|---------------|-------|------------------|------------|------|
| A   | 9.74          | 1.71               | .764          | 0.832 | 1.00             | 14.75/6    | 1715 |
| B   | 11.09         | 1.69               | .445          | 1.231 | 0.98             | 19.30/8    | 1442 |
| C   | 9.77          | 1.75               | .612          | 0.923 | 1.00             | 7.92/7     | 1654 |
| D   | 13.92         | 1.70               | .685          | 1.654 | 0.73             | 33.61/11   | 1741 |
| E   | 12.37         | 1.75               | .983          | 0.974 | 0.99             | 40.61/9    | 2027 |
| F   | 12.06         | 1.86               | .735          | 1.499 | 0.84             | 40.78/9    | 1795 |
| G   | 14.18         | 1.74               | .628          | 1.767 | 0.63             | 47.38/11   | 1797 |
| H   | 13.92         | 1.70               | .575          | 1.254 | 0.96             | 35.65/10   | 1619 |
| I   | 13.03         | 1.44               | .150          | 1.308 | 0.99             | 10.85/9    | 1186 |

(The same parameters listed in Table 1 are omitted.)

様)を用いた推定値である。

Fig. 3 および Table 4 から分かるように, *i* の増加につれて指数分布部分の割合  $a_i$  は小さくなり,

その部分の平均値  $1/\theta_i$  は大きくなる。*i* > 3 の時はほとんど正規分布の部分しか残されなかった。また正規分布部分の平均値  $\xi_i$  と分散  $\eta_i^2$  は *i* の変化に

Table 4. Maximum likelihood estimate of parameters in distribution of absolute position of  $i$ -th sudden dropping ends

| Lot | $\hat{\alpha}_i$ | $\hat{\beta}_i$ | $\hat{\theta}_i$ | $\hat{\xi}_i$ | $\hat{\eta}_i^2$ | $N$ |
|-----|------------------|-----------------|------------------|---------------|------------------|-----|
| A   | 1                | .242            | 2.09             | 6.65          | 5.07             | 425 |
|     | 2                | .081            | 1.07             | 6.99          | 5.85             | 176 |
|     | 3                | .052            | .339             | 7.19          | 6.02             | 82  |
| C   | 1                | .358            | 2.35             | 6.91          | 5.01             | 388 |
|     | 2                | .141            | .722             | 7.15          | 5.09             | 137 |
|     | 3                | .039            | .321             | 6.87          | 6.50             | 49  |
| E   | 1                | .419            | .720             | 9.10          | 6.79             | 510 |
|     | 2                | .343            | .300             | 9.35          | 5.75             | 241 |
|     | 3                | .144            | .240             | 9.19          | 7.14             | 123 |
| G   | 1                | .374            | .642             | 10.91         | 5.63             | 416 |
|     | 2                | .216            | .276             | 11.63         | 3.80             | 158 |
|     | 3                | .000            | .000             | 10.58         | 11.66            | 66  |
| I   | 1                | .548            | .468             | 10.23         | 5.72             | 119 |
|     | 2                | .309            | .336             | 8.84          | 13.26            | 23  |
|     | 3                | .000            | .659             | 9.52          | 8.86             | 9   |

よらず、ほぼ一定の値を見せ、不時落緒数別の正規分布の平均値  $\mu$  と分散  $\sigma^2$  とほぼ等しい (Table 1)。これはある繭の荷口に対して、ある一定の位置が落緒しやすいことを示している。

2. 相対落緒位置の分布特性

相対落緒位置の分布は繭糸長の変化の影響を除いたもので、絶対不時落緒位置をその繭糸長で割ったものの分布で与えられる。しかし絶対不時落緒位置と繭糸長とは独立ではないので、解析的にその密度関数  $h(x)$  を求めるのが困難である。

相対落緒位置は (0, 1) の間で分布しているの、ベータ分布がよく考えられるが、近似がよくなかった。2つのベータ分布の混合分布でもよくあてはまらなかった。明らかにこれは外層と内層で起こった落緒の原因が異なることによると考えられる。坪井 (1983) のデータから、相対落緒位置は外層では主として索緒不良などによる一時的な切断で、トランケートされた指数分布を見せるが、内層では繭糸の巻取りが終わりに近付くことを示し、トランケートされた正規分布を見せる。即ち、相対落緒位置の密度関数  $h(x)$  は

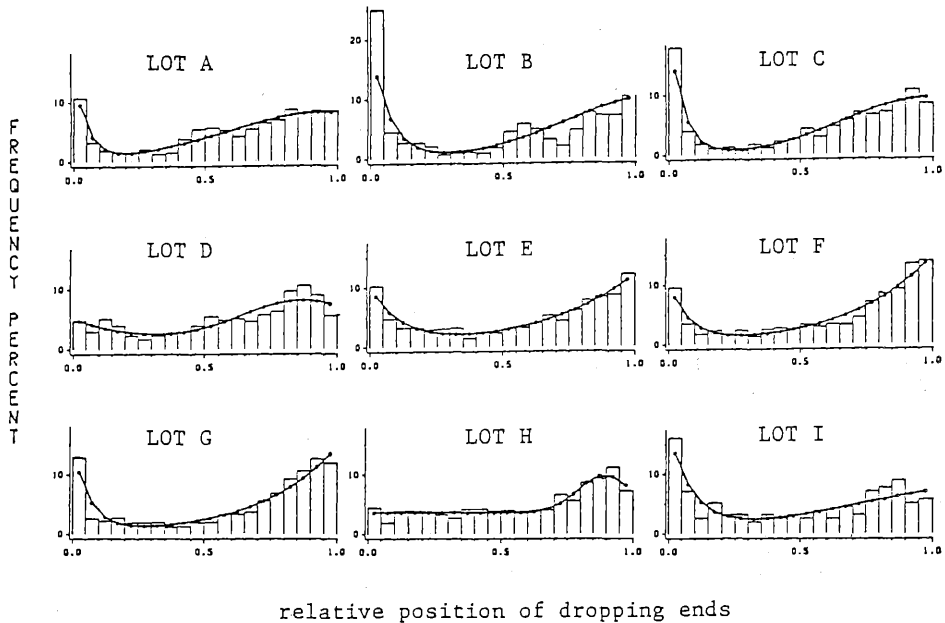


Fig. 4. Distribution of the relative position of dropping ends.

Table 5. Maximum likelihood estimate of parameters in equation (5) and goodness of fit

| Lot | $\hat{\kappa}$ | $\hat{\tau}$ | $\hat{\mu}_t$ | $\hat{\sigma}_t^2$ | $D_n$ | $P_r\{D>D_n\}$ | $\chi^2/f$ | $N$  |
|-----|----------------|--------------|---------------|--------------------|-------|----------------|------------|------|
| A   | .150           | 18.99        | 0.959         | .145               | .022  | 0.85           | 23.6/15    | 743  |
| B   | .267           | 14.45        | 1.110         | .131               | .111  | 0.00           | 81.3/15    | 444  |
| C   | .227           | 19.21        | 0.986         | .101               | .039  | 0.30           | 23.1/15    | 628  |
| D   | .312           | 3.14         | 0.880         | .064               | .031  | 0.51           | 35.7/15    | 708  |
| E   | .227           | 8.70         | 15.497        | 5.000              | .016  | 0.96           | 25.2/15    | 1005 |
| F   | .161           | 12.66        | 17.712        | 5.000              | .024  | 0.77           | 25.5/15    | 761  |
| G   | .193           | 14.71        | 14.743        | 3.930              | .025  | 0.79           | 28.9/15    | 693  |
| H   | .729           | .00          | 0.893         | .010               | .020  | 0.97           | 15.3/15    | 591  |
| I   | .307           | 10.89        | 1.325         | .340               | .047  | 0.89           | 10.8/15    | 155  |

Table 6. Comparison between distributions of relative position of dropping ends with different number of dropping ends

| Lot | $D_{12}$ | $P_r\{D>D_{12}\}$ | $D_{13}$ | $P_r\{D>D_{13}\}$ | $D_{23}$ | $P_r\{D>D_{23}\}$ | $K_1$ | $K_2$ | $K_3$ |
|-----|----------|-------------------|----------|-------------------|----------|-------------------|-------|-------|-------|
| A   | .068     | .702              | .129     | .077              | .142     | .060              | 249   | 188   | 162   |
| B   | .110     | .252              | .110     | .909              | .182     | .384              | 219   | 142   | 30    |
| C   | .093     | .330              | .175     | .034              | .089     | .736              | 251   | 176   | 90    |
| D   | .165     | .006              | .131     | .151              | .118     | .291              | 244   | 190   | 108   |
| E   | .083     | .346              | .054     | .909              | .073     | .647              | 269   | 236   | 180   |
| F   | .095     | .263              | .102     | .314              | .140     | .090              | 266   | 194   | 135   |
| G   | .123     | .079              | .225     | .000              | .127     | .175              | 258   | 184   | 129   |
| H   | .136     | .041              | .116     | .464              | .189     | .056              | 249   | 182   | 69    |
| I   | .131     | .851              | .333     | .069              | .369     | .101              | 96    | 28    | 18    |

$$h(x) = \kappa \cdot \tau \cdot \exp(-\tau \cdot x) / P_1 + (1 - \kappa) \cdot \phi(x | \mu_t, \sigma_t^2) / P_2$$

$$0 < x < 1 \quad (5)$$

のようなトランケートされた指数分布と正規分布との混合で近似的に与えられる。ここに、 $P_1$  は  $1 - \exp(-\tau)$  で、 $P_2$  は  $\Phi\{x|(1-\mu_t)/\sigma_t^2\} - \Phi\{x|(-\mu_t/\sigma_t^2)\}$  で、 $\Phi$  は標準正規分布の分布関数である。

Fig. 4 は繭荷口 A~I に対して (5) 式をあてはめた結果を示し、ヒストグラムは実測値で、折れ線は (5) 式による最尤推定値 (Table 5) を用いた推定値である。その妥当性を検定した結果 (Kolmogorov-Smirnov 統計量とカイ自乗統計量の推定値) を Table 5 に示す。

(5) 式のパラメータの最尤推定を行った時、統計計算ソフトパッケージ SAS の NLIN プロシージャを利用し、Secant (DUD) 法で計算した。

絶対不時落緒位置の場合と同様に、坪井(1983)の解じょ糸長データから不時落緒数別に相対不時落緒位置を計算したところ、不時落緒数ごとに相対不時落緒位置の分布はほぼ一定で、(5) 式のトランケートされた指数分布部分と長い正規分布部分との混合分布で近似できることが知られた。同様にこの同一性を検定するために、Kolmogorov-Smirnov 検定統計量を用いた。Table 6 の記号は Table 2 と同様で結果も似ているが、荷口 B はよくあてはまらなかった。これは荷口 B の繭は最外層に落緒が特に多く、中内部に一つのピークがあり、最内層にまた多くなる特別な荷口によるためと考えられる。

文 献

- LINDGREN, B. W. (1976): In "Statistical Theory", (3rd ed.), pp. 480-521, Macmillan Publishing Co. Inc., New York.
- SAS Institute Inc. (1985): "SAS User's Guide: Statistics Version 5 Edition" p. 956, SAS Institute Inc., Cary, NC, USA.
- 寿 国梁ら (1986): 日蚕雑, 55, 191-196.
- 嶋崎昭典 (1956): 日蚕雑, 25, 352-356.
- 嶋崎昭典 (1961): 蚕試報, 16, 420-451.
- 坪井 恒 (1983): 異質原料繭の合併理論に関する研究 (昭和57年度科研費補助金研究成果報告書, 研究課題番号00536024, 研究代表者・嶋崎昭典), pp. 3-13.