

逐次意思決定モデルによる最適間伐量の決定(1)

| | |
|-------|---|
| 誌名 | 日本林學會誌 = Journal of the Japanese Forestry Society |
| ISSN | 0021485X |
| 著者 | 江尻, 陽三郎 |
| 巻/号 | 72巻4号 |
| 掲載ページ | p. 304-315 |
| 発行年月 | 1990年7月 |

農林水産省 農林水産技術会議事務局筑波産学連携支援センター
Tsukuba Business-Academia Cooperation Support Center, Agriculture, Forestry and Fisheries Research Council
Secretariat



逐次意思決定モデルによる最適間伐量の決定 (I) 収穫総材積の最大化

江尻陽三郎*

江尻陽三郎：逐次意思決定モデルによる最適間伐量の決定 (I) 収穫総材積の最大化 日林誌 72 : 304~315, 1990 実際のスギの立木価格および育林費を考慮に入れ、植栽時より伐期までの間の純収益の総計を最大にする間伐量の予測を行った。立木価格は、各立木の有する材積に大きく依存するため、個々の立木の材積成長を問題とした。第1報においては収穫総材積を最大にする間伐量の予測を行った。間伐の組合せを実質的に有限なものとするため、間伐率の概念を自然枯死がある場合に拡張して定義し、これを用いて総収量を計算した。可能なすべての間伐の組合せの中から総収量を最大ならしめる間伐体系を、枚挙法を用いて選び出した。立木の材積の分散の取り扱い、実際の分布を、無分散、矩形型および三角形型の三つの単純な分布に置き換え、それにより得られた結果を比較する方法によった。計算の結果、植栽本数が6,000本/haの場合、最大収量は、林齢20~50年に間伐率0.2程度の間伐を3回程度施すことによって得られ、その値は間伐を施さない場合の6.0~14%増であること、および、材積の分散が結果に及ぼす影響は比較的小さい、などの結論が得られた。

EJIRI, Yozauro : Decisions on optimal thinning by a recurring decision-making model (I) A maximization of total gains of stem volume J. Jpn. For. Soc. 72 : 304~315, 1990 The problem of the degree of thinning is considered in maximizing the net revenue from a sugi (*Cryptomeria japonica* D. DON)-plantation in the period between planting and clear cutting, by taking into account the actual price of standing sugi and its tending cost. The growth of the stem volume of each tree is considered, because the value, pricewise, of a standing tree strongly depends on its stem volume. Here, the series of thinning degrees that maximizes the gains of stem volume is obtained. The definition of the thinning rate is extended to the case where natural mortality exists, and the gains of stem volume are estimated by using this thinning rate. The best combination of thinning rates which maximize the gains is chosen by using the enumeration method. The dispersion of stem volumes is treated by using three simple stem-volume distributions, that is, no dispersion, rectangular-type distribution, and triangular-type distribution. Conclusions are as follows: In the case of planting 6,000 trees/ha, the maximum gain of stem volume is obtained when thinnings are made about three times at the thinning rate of about 0.2 between the ages of 20 and 50, and the value of the maximum gain is 6.0~14% larger than that without thinning. The effect of the stem-volume dispersion on the results is relatively small.

I. はじめに

林業においては、純収益の最大化を考える場合、取りうる生産手段の選択の余地は少なく、間伐計画および伐期の決定がその主たるものの一つとなる。本報においては伐期は確定しているものとして、間伐計画を作成した。

間伐を行うたびごとに、林分の密度は不連続的に減少し、それに応じて、林木の成長速度も一般に不連続的に変化する(I, 4, 5, I2)。それゆえ収穫総材積を最大ならしめる間伐計画の作成は、きわめて生物学的な

問題であるが(3)、本報においてはさらに、実際のスギの立木価格および育林費をも考慮に入れ、林業経営主体にとって最も関心のある問題である、純収益の総計を最大ならしめる最適間伐量の予測を行った。考察期間は植林後から50年間(ないしは100年間)とし、間伐は5年ごと(ないしは10年ごと)に実行するかどうかを選択することにした。伐期にいたるまでの間伐回数を最大9回に制限したので、伐採回数は主伐(皆伐)と合わせて最大で計10回である。

本報は(I),(II)および(III)に分けて報告する。(I)においてはスギの成長曲線をもとに、収穫総材積を最

* いわき明星大学理工学部 Coll. Sci. and Eng., Iwaki Meisei Univ., Iwaki 970-04

大ならしめる間伐率と間伐時期の組合せを求めた。スギの成長曲線および自然枯死線の算出には、密度管理図作成の際に使用される式(II)および「林分材積表一福島県浜通り地方一」(2)の値を用いた。間伐後の立木本数および材積成長速度は、立木密度および林齢にのみ依存し立木の有する材積には依存しない、との仮定のもとに導出した。(II)においては実際の立木価格および育林費をも考慮に入れ、純収益の総計を最大ならしめる間伐体系を求めた。林齢別立木価格は、市場価逆算法により求めた。育林費は農林水産省統計情報部の「林家育林費調査報告」(7,8)の値より算出した。(III)においては諸財の価格が変動した場合にも考察の現実的意味が損なわれることのないよう、逐次意思決定モデルに拡張して考察を行った。

II. 立木本数および幹材積の推移

1. 無間伐林分における立木本数および幹材積の推移

平均幹材積は等平均樹高曲線とよばれる次式によって、よく近似される(II)。

$$v(N_0, T) = \{AH(T)^{-a}n(N_0, T) + BH(T)^{-b}\}^{-1} \quad (1)$$

ここに、 $A=0.0573$, $a=1.389$, $B=6,475$, $b=2.902$ 。

v : 材積 [m³], N_0 : 植栽本数 [1/ha], T : 林齢 [year] (植栽時の林齢を0とした), H : 平均樹高 [m] (以下、たんに樹高とよぶ), n : 立木本数 [1/ha]。間伐をまったく行わず自然枯死にゆだねた場合の立木本数 $n(N_0, T)$ と材積 $v(N_0, T)$ との間には、近似的に自然枯死線とよばれる次の関係がよく成立する(II)。

$$1/n(N_0, T) = 1/N_0 + v(N_0, T)/(GN_0^c) \quad (2)$$

ここに、 $G=3.47 \cdot 10^6$, $c=0.918$ 。

(1), (2)より $v(N_0, T)$ を消去すれば、次式が得られる。

$$n(N_0, T) = (1/2de)\{(de-1)N_0 - df + \{(de-1)^2N_0^2 + 2df(de+1)N_0 + d^2f^2\}^{0.5}\} \quad (3)$$

ここに、 $d=GN_0^c$, $e=AH(T)^{-a}$, $f=BH(T)^{-b}$ 。

樹高 $H(T)$ は、林齢の単調増加関数で、林分密度にはほとんど依存しない。 $H(T)$ は次のリチャーズ成長関数(10)によってよく近似される。

$$H(T) = A_h(1 - e^{-B_h T})^{1/(1-C_h)} + D_h \quad (4)$$

本論文においては、福島県浜通りの実測値(2)にこの関数を適用し、最小2乗法により係数を定め、 $H(T)$ を

表-1. スギの樹高成長関数
The growth function of the height of sugi

| Site classes | A_h [m] | B_h [1/year] | C_h | σ [m] |
|--------------|--------------|-------------------|-------|-----------------|
| Upper | 37.57 | 0.0266 | 0.193 | 0.33 |
| Middle | 31.85 | 0.0264 | 0.190 | 0.28 |
| Lower | 26.23 | 0.0261 | 0.189 | 0.22 |

$H(T) = A_h(1 - e^{-B_h T})^{1/(1-C_h)} + D_h$ ($D_h=0.1$ とした)。
福島県浜通り地方におけるスギの地位別平均樹高に対するリチャーズ成長関数の適用。

The coefficients of RICHARD'S growth curve were determined from the data of mean height of sugi on various site classes on the Hamadori district in Fukushima Prefecture.

特定した。結果は表-1のとおりである。

(4)式を(3)式に代入すれば、自然枯死にゆだねた場合の立木本数 $n(N_0, T)$ が、植栽本数および林齢より一意的に求まる。

最多密度曲線は以下のようにして求めうる。

まず、競争密度効果に関わる図(図-1c)上で最多密度曲線は、(2)式に陽に含まれる N_0 をパラメータとして変化させたときに得られる曲線群の包絡線により与えられる。すなわち

$$v = \{Gc^c/(1+c)^{1+c}\}n^{-1+c} \quad (5)$$

よって3/2乗則に関わる値は1.918(=1+c)である。

最多密度に達した後の立木本数の推移を表す曲線を $n_r(T)$ とすれば、これは図-1c上の最多密度曲線(5)を図-1b上に写像したものである。これは以下のようにして求めうる。(1), (5)より v を消去すれば

$$n^{1+c} - Gc^c/(1+c)^{1+c}AH(T)^{-a}n - Gc^c/(1+c)^{1+c}BH(T)^{-b} = 0 \quad (6)$$

所与の T のもとで(6)式を満たす有意の n は、 N_0 の値にかかわらず、一意的に定まる。このようにして曲線 $n_r(T)$ が求まる。その一例を図-1bに示す。

曲線 $n(N_0, T)$ と $n_r(T)$ との接点 (N_s, T_s) は(2), (5)式より求めうる。すなわち両式より v を消去して

$$n^{1+c} - N_0n^c + c^c/(1+c)^{1+c}N_0^{1+c} = 0$$

これを満たす有意の解 (N_s) は

$$N_s = c/(1+c)N_0 (=0.479N_0)$$

$$\therefore T_s = n_r^{-1}\{c/(1+c)N_0\} \quad (7)$$

結局、自然枯死線 $N(N_0, T)$ は次式により与えられる。

$$N(N_0, T) = n(N_0, T) \quad (T \leq T_s)$$

$$N(N_0, T) = n_r(T) \quad (T \geq T_s) \quad (8)$$

また、これに応じて(1)式は

$$v(N_0, T) = \{AH(T)^{-a}N(N_0, T) + BH(T)^{-b}\}^{-1} \quad (1')$$

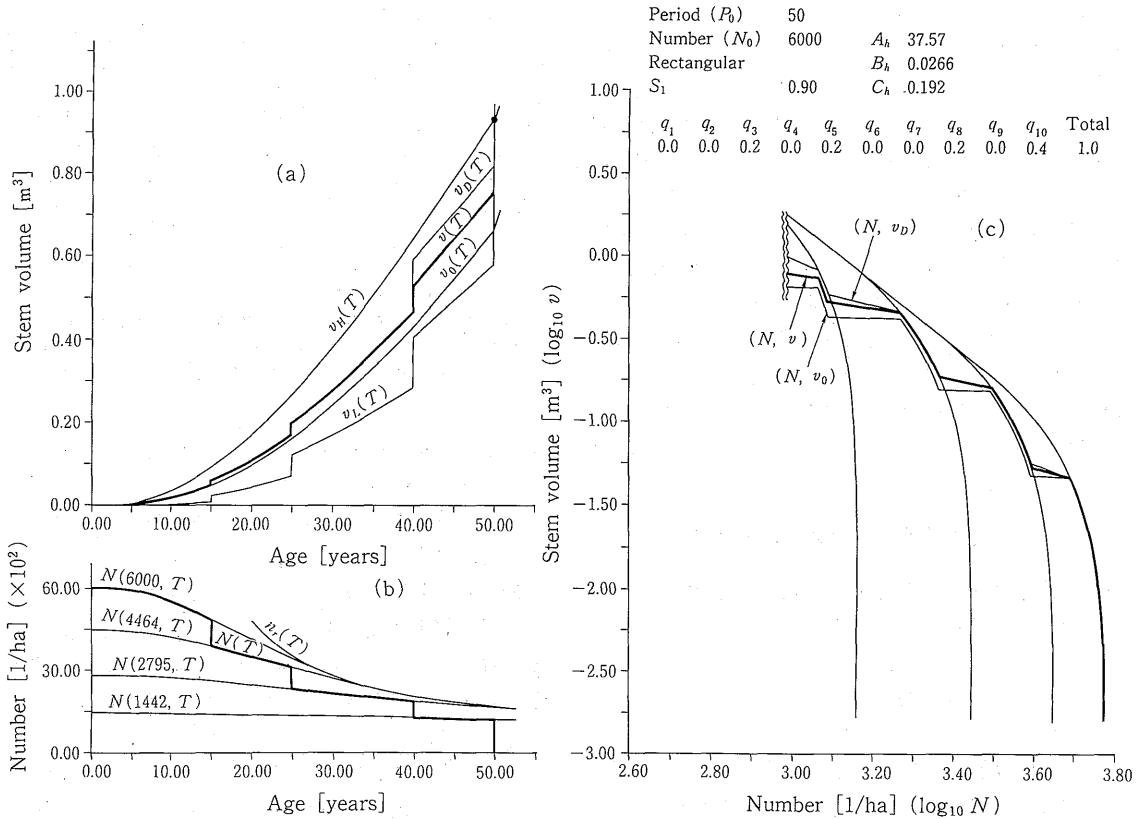


図-1. 間伐にともなう、材積成長量および立木本数の変化

The effect of thinning on the growth of stem volume and the number of stems

(a) 材積成長曲線, (b) 立木本数曲線, (c) ρ - v 密度管理図。

(a) The growth curves of stem volume, (b) The change of the number of stems, (c) ρ - v diagram.

と書き改められる。 N_0 を所与としたときの、幹材積の推移を表す曲線 $v(N_0, T)$ は、(1)および(8)式(したがって(3)、(6)式)に含まれる $H(T)$ に(4)式を代入すれば得られる。

曲線 $N(N_0, T)$ および $v(N_0, T)$ は密度管理図におけるそれと、本質的に同じものである。

2. 間伐率による伐採本数の表示

間伐の組合せを実質的に有限なものとするために、間伐率を以下のように定義し、この間伐率を用いて伐採本数を代替表示する方法を採用した。

図-1に示すように、植栽時の林分の林齢を0、伐期を P_0 とし、植栽から伐期までの全期間を第1齢級から第10齢級まで、10の等しい長さの齢級に分ける。第 i

齢級の最後の林齢を T_i 、林齢 T_i に行われる間伐を「間伐 i 」と定義する。間伐 i における間伐率を q_i と記し、以下のように定義する。

$$q_i = \{1 - (q_1 + \dots + q_{i-1})\} \cdot \Delta N_i / N_i \quad (i=1, \dots, 10)$$

ここに、 N_i : 間伐 i 直前の立木本数、 ΔN_i : 間伐 i において伐採される立木本数。

q_i の意味は次の二つの場合を考えれば明らかであろう。すなわち

1) T_k において皆伐を行うものとする、 $\Delta N_k / N_k = 1$ であるから

$$q_k = 1 - (q_1 + \dots + q_{k-1})$$

$$\therefore q_1 + q_2 + \dots + q_k = 1$$

2) 自然枯死がない場合、 $N_i = N_0$ であるから、定義

により

$$\begin{aligned} q_1 &= \Delta N_1 / N_1 = \Delta N_1 / N_0 \\ q_2 &= (1 - q_1) \Delta N_2 / N_2 = (1 - q_1) \Delta N_2 / (N_1 - \Delta N_1) \\ &= (1 - q_1) \Delta N_2 / (N_1 - q_1 N_0) \\ &= \Delta N_2 / N_0 \\ &\cdot \\ &\cdot \end{aligned}$$

一般に

$$q_i = \Delta N_i / N_0$$

以上の二つの事実より明らかなように、 q_i はもともと自然枯死がない場合に定義される間伐率を、それがあ
る場合へ拡張した概念である。

さて、この q_i を用いると、間伐 i において伐採され
る立木の本数 ΔN_i はもちろん

$$\Delta N_i = [q_i / \{1 - (q_1 + \dots + q_{i-1})\}] \cdot N_i \quad (9)$$

なる式にて表される。

3. 所与の間伐率のもとでの立木本数の推移

間伐が施された林分が実際にたどる立木本数は、密
度管理図法で用いられる方法に依拠して、以下のよう
に推移した。

すなわち、その推移を表す曲線を $N(T)$ とすると、
 $N(T)$ は次式で与えられるとした。

$$\begin{aligned} N(T) &= N(N_i^0, T) \\ (T_i \leq T < T_{i+1}, i=0, \dots, 9) \end{aligned} \quad (10)$$

ここに、 N_i^0 は次の関係を満たす値である。

$$\begin{aligned} N_i^0 &= N_0 && (i=0 \text{ のとき}) \\ N_i^0 &= N_{i-1}^0 && (i \geq 1, \Delta N_i = 0 \text{ のとき}) \\ N(N_i^0, T_i) &= N_i - \Delta N_i && (i \geq 1, \Delta N_i \neq 0 \text{ のとき}) \end{aligned}$$

4. 所与の間伐率のもとでの幹材積の推移

1) 材積の分散を無視した場合

間伐後の材積成長速度は、立木密度および林齢にの
み依存し、幹材積には依存しないとの仮定のもとに材
積を推定した。すなわち、幹材積の推移を表す曲線を
 $v_0(T)$ とすると、 $v_0(T)$ は次式で与えられると仮定し
た。

$$\begin{aligned} v_0(T) &= v(N_i^0, T) - v(N_i^0, T_i) + v_i^c \\ (T_i \leq T \leq T_{i+1}, i=0, \dots, 9) \end{aligned} \quad (11)$$

v_i^c : 間伐 i 直前の幹材積 (= 間伐 i 直後の幹材積 =
 $v_0(T_i)$)。

通常の密度管理図の方法を用いた場合の材積は、そ
れを $v_D(T)$ とすれば、

$$\begin{aligned} v_D(T) &= v(N_i^0, T) \\ (T_i \leq T < T_{i+1}, i=0, \dots, 9) \end{aligned} \quad (12)$$

したがって、 $v_0(T)$ は $v_D(T)$ を、材積の推移が不連続
にならぬよう、下方に平行移動したものである。

異なった間伐率のもとでは、第 1 間伐以降の $N(T)$ 、
 $v_D(T)$ および $v_0(T)$ はすべて異なり、それぞれに応じ
た経路をたどることになる。

その一例として、間伐率の組合せが

$$\begin{aligned} q_1 &= 0, & q_2 &= 0, & q_3 &= 0.2, & q_4 &= 0, & q_5 &= 0.2, \\ q_6 &= 0, & q_7 &= 0, & q_8 &= 0.2, & q_9 &= 0, & q_{10} &= 0.4. \end{aligned}$$

である場合の $v_0(T)$ 、 $v_D(T)$ および $N(T)$ を図-1 a~c
に示した。

III. 材積の分散

以上の議論においては、林木の材積の分散を無視し、
いずれの林齢においても材積はすべて、その平均値
 $v_0(T)$ のみに収束していると仮定した。しかし実際には、
林木の成長につれて劣勢木から優勢木までの分化
が起こり、それぞれの林木ごとに異なった材積をとる
ようになる。

この材積の分散は、ワイブル分布等によって近似さ
れうる(6, 9)。しかしここでは煩雑な計算を回避する
ため、次のような極端に単純な二つの分布型を仮定し、
それぞれについて結果を求め、それらを比較した。

1. 矩形型分布

1) i 齢級における材積は図-2 a のような矩形型分
布をとるものとする。以下、この分布関数を $F_R(v, T)$
と記す。

2) i 齢級における材積の分散の程度を表す係数 s_i
を

$$\begin{aligned} s_i &= \{v_{Hi}(T) - v_i(T)\} / v_i(T) \\ &= \{v_i(T) - v_{Li}(T)\} / v_i(T) \\ (T_{i-1} \leq T < T_i) \end{aligned}$$

ここに、 $v_{Hi}(T)$: i 齢級における分布の上限、
 $v_{Li}(T)$: i 齢級における分布の下限、 $v_i(T)$: i 齢級に
おける分布の平均値(加重平均の意味、以下同様)と
定義したとき、この s_i の値はそれぞれの期間内では不
変である。

3) 間伐を完全な下層間伐とし、間伐本数分だけ、
劣位の林木から順に伐採されていく。

4) 立木の平均材積は間伐のたびごとに不連続的に
変化するが、ある間伐から次回間伐までの間、立木の
平均材積は前節で仮定した成長則に従うものとする。

1)~3)の仮定のもとでは、間伐 i 直前および直後の
材積の下限、上限、平均値をそれぞれ v_i^L 、 v_i^H 、 v_i^0 および
 v_i^L 、 v_i^H 、 v_i^0 とすれば、以下の関係が成立する。

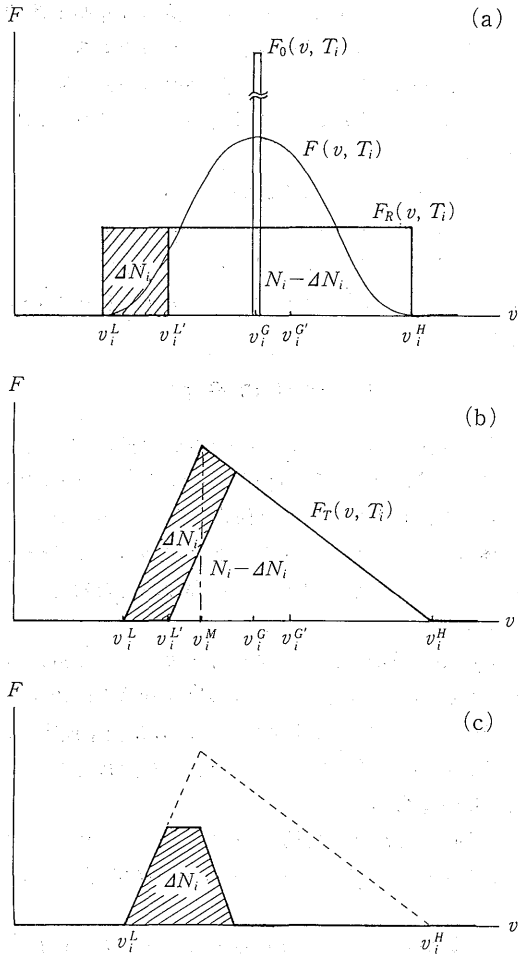


図-2. 所与の林齢における材積分布の模式図

The stem volume distributions at a given age of the stand used in this paper

(a) 矩形型分布, (b) 三角形型分布, (c) 三角形型分布における伐採木の分布。

(a) The rectangular-type distribution, (b) The triangular-type distribution, (c) The distribution of stems cut down in the triangular-type distribution.

F , Relative number of stems which have a given volume [1/(m³ha)]; v , Stem volume at a given age (m³); v_l^i , The lower limit of stem volume just before the thinning i (m³); $v_l^{i'}$, The lower limit of stem volume just after the thinning i (m³); v_f^i , The mean value of stem volume just before the thinning i (m³); $v_f^{i'}$, The mean value of stem volume just after the thinning i (m³); v_u^i , The upper limit of stem volume just before the thinning i (m³); $v_u^{i'}$, The mode of stem volume just before the thinning i (m³); N_i , The number of stems just before the thinning i [1/ha]; ΔN_i , The number of stems cut down in thinning i [1/ha]; $F(v, T)$, The actual distribution of stem volume at age T ; $F_0(v, T)$, The distribution with no width used in this paper; $F_R(v, T)$, The distribution of the rectangular type used in this paper; $F_T(v, T)$, The distribution of the triangular type used in this paper.

$$v_{Li}(T) = (1 - s_i)v_i(T) \quad (T_{i-1} \leq T < T_i)$$

$$v_{Hi}(T) = (1 + s_i)v_i(T) \quad (T_{i-1} \leq T < T_i)$$

$$v_i^f = v_i(T_i) \quad (13)$$

$$v_l^i = (1 - s_i)v_i^f \quad (14)$$

$$v_u^i = (1 + s_i)v_i^f \quad (15)$$

$$v_l^{i'} = v_l^i + (\Delta N_i/N_i)(v_u^i - v_l^i) \\ = \{1 + (2\Delta N_i/N_i - 1)s_i\}v_i^f \quad (16)$$

$$v_u^{i'} = v_u^i = (1 + s_i)v_i^f \quad (17)$$

$$v_i^{f'} = (1/2)(v_l^{i'} + v_u^{i'}) = \{1 + (\Delta N_i/N_i)s_i\}v_i^f \quad (18)$$

したがって, $(i+1)$ 齢級における材積の分散の程度を表す係数 s_{i+1} は, 次式で与えられる値に不連続的に変化する。

$$s_{i+1} = (1/2)(v_u^{i'} - v_l^{i'})/v_i^{f'} \\ = (1 - \Delta N_i/N_i)s_i / \{1 + (\Delta N_i/N_i)s_i\} \quad (19)$$

$(i+1)$ 齢級における材積の平均値の推移を表す $v_{i+1}(T)$ は, 仮定 4) より次式によって与えられる。

$$v_{i+1}(T) = v(N_i^0, T) - v(N_i^0, T_i) + v_i^{f'} \\ (T_i \leq T < T_{i+1}) \quad (20)$$

以下同様の過程を繰り返し, 全伐にいたるものとする。

所与の間伐率のもとでは, s_1 を与えれば以後の各林齢における, 材積の平均値, 下限および上限はすべて確定する。全齢級間にわたるそれらを $v(T)$, $v_L(T)$ および $v_H(T)$ とすれば,

$$v(T) = v_i(T) \quad (T_{i-1} \leq T < T_i, i=1, \dots, 10)$$

$$v_L(T) = v_{Li}(T) \quad (T_{i-1} \leq T < T_i, i=1, \dots, 10)$$

$$v_H(T) = v_{Hi}(T) \quad (T_{i-1} \leq T < T_i, i=1, \dots, 10)$$

図-1 の場合の $v(T)$, $v_L(T)$ および $v_H(T)$ の一例を, $s_1=0.9$ の場合について, 図-1 a) に記した。

ところで, 1)~4) のような極端な仮定からは, 一見, 現実とは極端に乖離した結論が導かれる可能性もある。そこで, 以下の理由により, 本論文においては任意に設定した $s_i (\neq 0)$ の値のほか, 他のパラメータ値はまったく変えずに s_i の値だけを 0 としたのもも計算し, 両者を比較した。

立木本数の最も単純化された分布は, 一つには, 仮定 1) で定義した $F_R(v, T)$ のように, 材積の上限, 下限にまで一様に分布する場合である。

最も単純化された分布のうち, 上者の対極に位置するものは, 材積のばらつきがまったくなく, その平均値に集中して分布していると仮定したものである。この分布関数を $F_0(v, T)$ とする。 $F_0(v, T)$ は $F_R(v, T)$ において $s_i \rightarrow 0$ (上述したことにより明らかなように $s_i \rightarrow 0$ ならばすべての i について自動的に $s_i \rightarrow 0$ となる) とおけば得られる。

実際の、立木本数分布曲線 ($F(v, T)$ とする) はこの両極端の分布の中間に位置する。

それゆえ、この両極端の分布を用い、得られた結果を比較することにした。

2. 三角形型分布

材積の分布は実際には左偏しているのであるが、矩形型分布ではこのことの影響を考察することはできない。この左偏の影響を知るために、次のような三角形型分布の場合についても考察を行った。

1) i 齢級における材積は図-2 b のような三角形型分布をとるものとする。以下、この分布関数を $F_T(v, T)$ と記す。

2) i 齢級における材積の分散の程度を表す係数 s_i^A を

$$s_i^A = (1/2) \{v_{Hi}(T) - v_{Li}(T)\} / v_i(T) \quad (T_{i-1} \leq T < T_i)$$

ここに、 $v_{Hi}(T)$: i 齢級における分布の上限、 $v_{Li}(T)$: i 齢級における分布の下限、 $v_i(T)$: i 齢級における分布の平均値、と定義したとき、この s_i^A の値はそれぞれの期間内では不変である。

3) 間伐は下層間伐 (図-2 c) とするが、それによって分布の型は変わらないとする。すなわち左偏の程度を表す係数 s^B を以下のように定義したとき、この値は全期間を通じて不変である。

$$s^B = (v_{Hi}(T) - v_{Mi}(T)) / (v_{Mi}(T) - v_{Li}(T))$$

ここに、 v_{Mi} は分布の最頻値 (モード) である。

s^B の値は、それが 1 のとき分布は完全に左右対称であり、値がそれより大きくなるほど左偏の程度が著しくなる、ということの意味している。

4) 立木の平均材積は間伐のたびごとに不連続的に変化するが、ある間伐から次回間伐までの間、立木の平均材積は前節で仮定した成長則に従うものとする。

1)~3) の仮定のもとでは、間伐 i 直前および直後の材積の下限、上限、平均値をそれぞれ v_i^L, v_i^H, v_i^C および v_i^L, v_i^H, v_i^C とすれば、図-1 b において、 $v_i^C(v_i^C)$: 外側 (内側) の三角形の重心の横座標、 $v_i^M(v_i^M)$: 外側 (内側) の三角形の中央の頂点の横座標、 $v_i^C = (v_i^L + v_i^M + v_i^H) / 3$ 、 $v_i^C = (v_i^L + v_i^M + v_i^H) / 3$ 、 $v_i^H - v_i^L = 2s_i^A v_i^C$ 、 $v_i^H - v_i^L = 2s_{i+1}^A v_i^C$ 、 $v_i^M = (s^B v_i^L + v_i^H) / (s^B + 1)$ 、 $v_i^M = (s^B v_i^L + v_i^H) / (s^B + 1)$ 、 $(v_i^H - v_i^L) / (v_i^H - v_i^L) = \{(N_i - \Delta N_i) / N_i\}^{1/2}$ であるから、以下の関係が成立する。

$$v_{Li}(T) = \{1 - s_i^A(2/3)(s^B + 2) / (s^B + 1)\} v_i(T) \quad (T_{i-1} \leq T < T_i)$$

$$v_{Hi}(T) = \{1 + s_i^A(2/3)(2s^B + 1) / (s^B + 1)\} v_i(T)$$

$$(T_{i-1} \leq T < T_i)$$

$$v_i^C = v_i(T) \quad (21)$$

$$v_i^L = \{1 - s_i^A(2/3)(s^B + 2) / (s^B + 1)\} v_i^C \quad (22)$$

$$v_i^H = \{1 + s_i^A(2/3)(2s^B + 1) / (s^B + 1)\} v_i^C \quad (23)$$

$$v_i^M = v_i^L + 2s_i^A C_n v_i^C$$

$$(ここに、C_n = 1 - \{(N_i - \Delta N_i) / N_i\}^{1/2})$$

$$= \{1 - s_i^A(2/3)(s^B + 2) / (s^B + 1) + 2s_i^A C_n\} v_i^C \quad (24)$$

$$v_i^H = v_i^M = \{1 + s_i^A(2/3)(2s^B + 1) / (s^B + 1)\} v_i^C \quad (25)$$

$$v_i^C = \{1 + C_n s_i^A(2/3)(2s^B + 1) / (s^B + 1)\} v_i^C \quad (26)$$

$$s_{i+1}^A = \{(1 - C_n) / \{1 + C_n s_i^A(2/3)(2s^B + 1) / (s^B + 1)\}\} s_i^A \quad (27)$$

以下は、矩形型分布の場合と同様である。

$s_i^A = 0$ とおけば、矩形型分布の $s_1 = 0$ の場合とまったく同様、分散のない場合を表す。

IV. 収穫材積

1. 立木の伐採にともなう収穫材積

間伐が行われる直前および直後の材積分布関数をそれぞれ $F^a(v, T)$ 、 $F^b(v, T)$ とすると、矩形型、三角形型等いずれの型の分布の場合にも以下の関係が成立する。

$$\int F^a(v, T_i) dv = N_i, \quad \int F^b(v, T_i) dv = N_i'$$

(N_i' : 間伐 i 直後の立木本数)

$$\int v F^a(v, T_i) dv / N_i = v_i^C, \quad \int v F^b(v, T_i) dv / N_i' = v_i^C$$

間伐 i ($T = T_i$) における立木の販売収入 G_i は

$$G_i = \int P(v) v \{F^a(v, T_i) - F^b(v, T_i)\} dv$$

($P(v)$: 立木単価 (円/m³))

間伐 i における収穫材積 G_{vi} は、上式において $P(v) = 1$ とおいて

$$G_{vi} = \int v F^a(v, T_i) dv - \int v F^b(v, T_i) dv = N_i v_i^C - N_i' v_i^C = \Delta N_i v_i^C - N_i' \Delta v_i^C \quad (\Delta v_i^C = v_i^C - v_i^C) \quad (28)$$

となり、材積を求める場合は、通常密度管理図の方法と同一になる。とくに、 $\Delta v_i^C = 0$ のときは $G_{vi} = \Delta N_i v_i^C$ 。

また、皆伐までの間の収穫総材積 G_v は

$$G_v = \sum_{i=1}^{10} G_{vi} \quad (29)$$

により得られる。

2. 計算の実行

間伐率の刻み幅 (最小不連続幅) は 0.2 (ないし

0.1), すなわち 5 (ないし 10) 段階の設定とした。
 (1)~(29)式を用いて収穫総材積を求め、それを最大とする間伐体系を枚挙法により求めた。

間伐率には以下のような制約を課した。

$$q_i=0(T < 10), q_i \leq 0.2(10 \leq T < 20), q_i \leq 0.4(20 \leq T)$$

植栽本数は 3,000 本/ha, 6,000 本/ha および 9,000 本/ha, 伐期は 50 年, 70 年および 100 年とし, そのおのおのについて, $s_1=s_1^A=0, s_1=0.5, 0.9$, および $s_1^A=0.5, 1.0$, かつ $s^B=1.0, 3.0, 10$ のおのおの場合を計算し, 比較を行った。

V. 計算結果とその考察

1. 平行移動モデルの妥当性

本論文の平行移動モデルによる材積成長量 ($v_b(T)$, $v(T)$) と通常の密度管理図の方法によるもの ($v_b(T)$) とを比較するため, 図-1 a, b および c 上で三者の比較を行った。図中の $v(T)$ は $s_1=0.9$ としたものである。

同図の場合, 林齢 40 年 (第 3 回目の間伐) までは $v(T)$ と $v_b(T)$ の間に大きな差異は認められない。一般に両者のずれは後期ほど拡大するが, 初期ではほとんど無視しうる。また図は省略したが, 三角形型分布の場合には, $s_1^A=1.0, s^B=3.0\sim 10$ 程度のときの $v(T)$ が, $v_b(T)$ に比較的近づく。

(下層間伐を想定しているので, $v(T)$ または $v_b(T)$) を $v_b(T)$ と比較した場合は, 当然のことながら, 間伐を行うたびに, 前者の値が大きくなる。

以上より判断して, 上記程度のパラメータ値の範囲であれば, それらの結果を比較して得られる結論は, 相当程度普遍妥当性をもつものと考えられる。

2. 間伐率の刻み幅の影響

本来ならば間伐率(本論文で定義した間伐率の意味, 以下同様)の刻み幅は, 小さくとる方が真の最大収益により近づくはずであるが, 実際はそれに応じて急激に組合せ数が多くなり, 計算に膨大な時間を要する。

表-2. 間伐率の刻み幅が最大総収量に及ぼす影響
 The effect of the width of the discontinuity step of the thinning rate on the maximum total gain of stem volume

(a) 刻み幅を 1/10 とした場合

The case where the width is 1/10

(Site class : upper)

| $N_0=6000$ | | $P_0=100$ | | | | $S_1^A=1.0$ | | | $S_B=1.0$ | | Triangular | | |
|--------------|-------|-----------|-------|-------|-------|-------------|-------|-------|-----------|----------|------------|-------------|------|
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.1 | 0.0 | 0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 820 | 644 | 283 | 0 | 243 | 0 | 0 | 0 | 870 | 2860 | 1034 | |
| G_{vi} | 0.0 | 43.0 | 103.6 | 93.4 | 0.0 | 167.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1355.4 | 1762.6 | 1571.1 | 1.12 |
| $N_0=6000$ | | $P_0=100$ | | | | $S_1^A=1.0$ | | | $S_B=3.0$ | | Triangular | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.1 | 0.0 | 0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 820 | 644 | 283 | 0 | 243 | 0 | 0 | 0 | 870 | 2860 | 1034 | |
| G_{vi} | 0.0 | 37.7 | 96.9 | 89.8 | 0.0 | 162.7 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1369.5 | 1756.6 | 1571.1 | 1.12 |

(b) 刻み幅を 1/5 とした場合

The case where the width is 1/5

| $N_0=6000$ | | $P_0=100$ | | | | $S_1^A=1.0$ | | | $S_B=1.0$ | | Triangular | | |
|--------------|-------|-----------|-------|-------|-------|-------------|-------|-------|-----------|----------|------------|-------------|------|
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 820 | 644 | 0 | 502 | 0 | 0 | 0 | 0 | 862 | 2828 | 1034 | |
| G_{vi} | 0.0 | 43.0 | 103.6 | 0.0 | 254.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1355.9 | 1756.5 | 1571.1 | 1.12 |
| $N_0=6000$ | | $P_0=100$ | | | | $S_1^A=1.0$ | | | $S_B=3.0$ | | Triangular | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 820 | 644 | 0 | 502 | 0 | 0 | 0 | 0 | 862 | 2828 | 1034 | |
| G_{vi} | 0.0 | 37.7 | 96.9 | 0.0 | 246.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1370.1 | 1750.6 | 1571.1 | 1.11 |

N_0 , Number of planted trees [1/ha]; P_0 , Term of planning (year); s_1 , The coefficient of the initial dispersion of stem volume (rectangular-type distribution); s_1^A , The coefficient of the initial dispersion of stem volume (triangular-type distribution); q_i , Thinning rate at T_i ; ΔN_i , Number of stems cut down in thinning i [1/ha]; G_{vi} , Gains of stem volume in thinning i [m^3/ha]; No thinning, Value of no thinning; F/L, The ratio of the maximum gain of stem volume to that without thinning.

表-3. 収穫総材積を最大にする間伐計画

The thinning plan that maximized the total gains of stem volume

(Site class : upper)

| | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|--------|-------------|------|
| $N_0=6000$ | | | | | | | | | | | | | |
| $P_0=50$ | | | | | | | | | | | | | |
| $S_1=0.0$ | | | | | | | | | | | | | |
| No dispersion | | | | | | | | | | | | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 0 | 0 | 820 | 730 | 0 | 0 | 590 | 0 | 1113 | 3253 | 1604 | |
| Gv_i | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 74.4 | 111.7 | 0.0 | 0.0 | 249.8 | 0.0 | 726.7 | 1162.6 | 1051.0 | 1.11 |
| $N_0=6000$ | | | | | | | | | | | | | |
| $P_0=50$ | | | | | | | | | | | | | |
| $S_1=0.9$ | | | | | | | | | | | | | |
| Rectangular | | | | | | | | | | | | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 0 | 0 | 820 | 730 | 0 | 0 | 590 | 0 | 1113 | 3253 | 1604 | |
| Gv_i | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 20.8 | 67.1 | 0.0 | 0.0 | 202.0 | 0.0 | 842.2 | 1132.1 | 1051.0 | 1.08 |
| $N_0=6000$ | | | | | | | | | | | | | |
| $P_0=50$ | | | | | | | | | | | | | |
| $S_1^A=1.0$ | | | | | | | | | | | | | |
| $S_B=10.0$ | | | | | | | | | | | | | |
| Triangular | | | | | | | | | | | | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 0 | 0 | 820 | 730 | 0 | 0 | 590 | 0 | 1113 | 3253 | 1604 | |
| Gv_i | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 34.4 | 72.0 | 0.0 | 0.0 | 194.2 | 0.0 | 836.6 | 1137.1 | 1051.0 | 1.08 |
| $N_0=6000$ | | | | | | | | | | | | | |
| $P_0=50$ | | | | | | | | | | | | | |
| Density management M. D. | | | | | | | | | | | | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 0 | 0 | 820 | 730 | 0 | 0 | 590 | 0 | 1113 | 3253 | 1604 | |
| Gv_i | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 31.7 | 54.6 | 0.0 | 0.0 | 128.2 | 0.0 | 913.9 | 1128.4 | 1051.0 | 1.07 |
| $N_0=6000$ | | | | | | | | | | | | | |
| $P_0=70$ | | | | | | | | | | | | | |
| $S_1=0.0$ | | | | | | | | | | | | | |
| No dispersion | | | | | | | | | | | | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 0 | 791 | 671 | 0 | 558 | 0 | 0 | 0 | 979 | 2999 | 1238 | |
| Gv_i | 0.0 | 0.0 | 80.1 | 131.9 | 0.0 | 257.5 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1034.4 | 1503.9 | 1331.7 | 1.13 |
| $N_0=6000$ | | | | | | | | | | | | | |
| $P_0=70$ | | | | | | | | | | | | | |
| $S_1=0.9$ | | | | | | | | | | | | | |
| Rectangular | | | | | | | | | | | | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 0 | 791 | 671 | 0 | 558 | 0 | 0 | 0 | 979 | 2999 | 1238 | |
| Gv_i | 0.0 | 0.0 | 22.4 | 78.2 | 0.0 | 210.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1150.7 | 1461.5 | 1331.7 | 1.10 |
| $N_0=6000$ | | | | | | | | | | | | | |
| $P_0=70$ | | | | | | | | | | | | | |
| $S_1^A=1.0$ | | | | | | | | | | | | | |
| $S_B=10.0$ | | | | | | | | | | | | | |
| Triangular | | | | | | | | | | | | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 0 | 791 | 671 | 0 | 558 | 0 | 0 | 0 | 979 | 2999 | 1238 | |
| Gv_i | 0.0 | 0.0 | 37.1 | 84.1 | 0.0 | 201.9 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1144.6 | 1467.7 | 1331.7 | 1.10 |
| $N_0=6000$ | | | | | | | | | | | | | |
| $P_0=70$ | | | | | | | | | | | | | |
| Density management M. D. | | | | | | | | | | | | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 0 | 791 | 671 | 0 | 558 | 0 | 0 | 0 | 979 | 2999 | 1238 | |
| Gv_i | 0.0 | 0.0 | 33.5 | 61.7 | 0.0 | 134.4 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1222.4 | 1451.9 | 1331.7 | 1.09 |
| $N_0=6000$ | | | | | | | | | | | | | |
| $P_0=100$ | | | | | | | | | | | | | |
| $S_1=0.0$ | | | | | | | | | | | | | |
| No dispersion | | | | | | | | | | | | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 820 | 644 | 0 | 502 | 0 | 0 | 0 | 0 | 862 | 2828 | 1034 | |
| Gv_i | 0.0 | 74.4 | 147.4 | 0.0 | 312.9 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1259.5 | 1794.2 | 1571.1 | 1.14 |
| $N_0=6000$ | | | | | | | | | | | | | |
| $P_0=100$ | | | | | | | | | | | | | |
| $S_1=0.9$ | | | | | | | | | | | | | |
| Rectangular | | | | | | | | | | | | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 820 | 644 | 566 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 904 | 2934 | 1034 | |
| Gv_i | 0.0 | 20.8 | 85.7 | 197.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1436.5 | 1740.0 | 1571.1 | 1.11 |

表-3. つづき

| | | | | | | | | | | | | | |
|--------------|-------|-----------|-------|-------|-------|--------------------------|-------|---------------|-------|----------|------------|-------------|------|
| $N_0=6000$ | | $P_0=100$ | | | | $S_1^2=1.0$ | | $S_B=10.0$ | | | Triangular | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 820 | 644 | 0 | 502 | 0 | 0 | 0 | 0 | 862 | 2828 | 1034 | |
| Gv_i | 0.0 | 34.4 | 92.6 | 0.0 | 241.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1378.9 | 1747.0 | 1571.1 | 1.11 |
| $N_0=6000$ | | $P_0=100$ | | | | Density management M. D. | | | | | Total | No thinning | F/L |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | | | |
| q_i | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 820 | 644 | 566 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 904 | 2934 | 1034 | |
| Gv_i | 0.0 | 31.7 | 66.1 | 129.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1498.5 | 1725.3 | 1571.1 | 1.10 |
| $N_0=9000$ | | $P_0=50$ | | | | $S_1=0.0$ | | No dispersion | | | Total | No thinning | F/L |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | | | |
| q_i | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 0 | 1240 | 1043 | 0 | 836 | 0 | 0 | 0 | 1380 | 4499 | 1604 | |
| Gv_i | 0.0 | 0.0 | 50.4 | 87.5 | 0.0 | 186.8 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 873.3 | 1198.0 | 1051.0 | 1.14 |
| $N_0=9000$ | | $P_0=50$ | | | | $S_1=0.9$ | | Rectangular | | | Total | No thinning | F/L |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | | | |
| q_i | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 0 | 1240 | 1043 | 0 | 836 | 0 | 0 | 0 | 1380 | 4499 | 1604 | |
| Gv_i | 0.0 | 0.0 | 14.1 | 51.6 | 0.0 | 150.4 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 947.3 | 1163.4 | 1051.0 | 1.11 |
| $N_0=9000$ | | $P_0=50$ | | | | $S_1^2=1.0$ | | $S_B=10.0$ | | | Triangular | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 0 | 1240 | 1043 | 0 | 836 | 0 | 0 | 0 | 1380 | 4499 | 1604 | |
| Gv_i | 0.0 | 0.0 | 23.3 | 55.6 | 0.0 | 144.8 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 944.2 | 1167.9 | 1051.0 | 1.11 |
| $N_0=9000$ | | $P_0=50$ | | | | Density management M. D. | | | | | Total | No thinning | F/L |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | | | |
| q_i | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 0 | 1240 | 1043 | 0 | 836 | 0 | 0 | 0 | 1380 | 4499 | 1604 | |
| Gv_i | 0.0 | 0.0 | 21.5 | 40.9 | 0.0 | 94.6 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 996.3 | 1153.3 | 1051.0 | 1.10 |
| $N_0=9000$ | | $P_0=70$ | | | | $S_1=0.0$ | | No dispersion | | | Total | No thinning | F/L |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | | | |
| q_i | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 1302 | 1015 | 0 | 741 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1144 | 4202 | 1238 | |
| Gv_i | 0.0 | 44.8 | 96.2 | 0.0 | 230.5 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1162.8 | 1534.3 | 1331.7 | 1.15 |
| $N_0=9000$ | | $P_0=70$ | | | | $S_1=0.9$ | | Rectangular | | | Total | No thinning | F/L |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | | | |
| q_i | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 1302 | 1015 | 0 | 741 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1144 | 4202 | 1238 | |
| Gv_i | 0.0 | 12.5 | 55.6 | 0.0 | 181.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1237.9 | 1487.3 | 1331.7 | 1.12 |
| $N_0=9000$ | | $P_0=70$ | | | | $S_1^2=1.0$ | | $S_B=10.0$ | | | Triangular | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L |
| q_i | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 1302 | 1015 | 0 | 741 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1144 | 4202 | 1238 | |
| Gv_i | 0.0 | 20.7 | 60.2 | 0.0 | 175.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1236.3 | 1492.6 | 1331.7 | 1.12 |
| $N_0=9000$ | | $P_0=70$ | | | | Density management M. D. | | | | | Total | No thinning | F/L |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | | | |
| q_i | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 1302 | 1015 | 0 | 741 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1144 | 4202 | 1238 | |
| Gv_i | 0.0 | 19.8 | 43.2 | 0.0 | 110.5 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1296.4 | 1469.9 | 1331.7 | 1.10 |
| $N_0=9000$ | | $P_0=100$ | | | | $S_1=0.0$ | | No dispersion | | | Total | No thinning | F/L |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | | | |
| q_i | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | |
| ΔN_i | 0 | 935 | 680 | 0 | 515 | 0 | 0 | 0 | 0 | 878 | 3008 | 1034 | |
| Gv_i | 0.0 | 77.9 | 150.2 | 0.0 | 315.8 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1267.7 | 1811.7 | 1571.1 | 1.15 |

表-3. つづき

| $N_0=9000$ | | $P_0=100$ | | | | $S_1=0.9$ | | Rectangular | | | | Total | No thinning | F/L | |
|--------------|-------|-----------|-------|-------|-------|--------------------------|-------|-------------|-------|----------|--------|-------------|-------------|-----|--|
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | | | | | |
| q_i | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.2 | | | | | |
| ΔN_i | 1538 | 1087 | 856 | 0 | 0 | 643 | 0 | 0 | 0 | 608 | 4732 | 1034 | | | |
| Gv_i | 6.6 | 52.1 | 151.1 | 0.0 | 0.0 | 499.4 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1045.3 | 1754.5 | 1571.1 | 1.12 | | |
| $N_0=9000$ | | $P_0=100$ | | | | $S_1^A=1.0$ | | $S_0=10.0$ | | | | Triangular | | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L | | |
| q_i | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | | | |
| ΔN_i | 0 | 935 | 680 | 590 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 926 | 3131 | 1034 | | | |
| Gv_i | 0.0 | 36.0 | 94.2 | 191.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1440.3 | 1761.7 | 1571.1 | 1.12 | | |
| $N_0=9000$ | | $P_0=100$ | | | | Density management M. D. | | | | | | | | | |
| Age | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} | Total | No thinning | F/L | | |
| q_i | 0.0 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.4 | | | | | |
| ΔN_i | 0 | 935 | 680 | 590 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 926 | 3131 | 1034 | | | |
| Gv_i | 0.0 | 30.7 | 65.3 | 128.2 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1512.1 | 1736.3 | 1571.1 | 1.11 | | |

表-2 a, b は最小設定値をそれぞれ 1/10 および 1/5 としたときのものである。前者の方が組合せ数は約 50 倍 (=56,990/1,201) であるにもかかわらず、最大収量はたがいに 0.5% 程度しか異ならず、間伐の組合せ等にも本質的な差異は認められない。したがって、少なくとも収穫材積を考える場合は、刻み幅を 1/5 より小さくすることは意味が小さく、以下すべてこれを 1/5 として考察を行った。表-3 にこれを示す。

3. 間伐計画

表-3 より以下のことがいえる。

1) 材積の分散 (s_i, s_i^A) を無視した場合と、これを導入した場合とでは、下層間伐を想定しているので、初期の間伐での収穫材積は前者の方が大きく、皆伐時の収量は後者の方が大きくなる。

総収量は、両者が相殺されるものの、分散が小さいほど、わずかながら (表-4 によれば最大で 1~3% 程度) 大きくなる。

また左偏の程度の差が収穫材積に及ぼす影響は、収益の場合とは違って、(28) 式より明らかなように (s^B の値の違いは、同一の s_i^A に対しても (26) 式を通じて Δv_i^f の値を異ならしめるが、結果の差異はそのことのみから生ずるものである) 本質的なものではない。

2) 一般に植栽本数が多いほど間伐の時期はより初期に移行する。たとえば伐期が 50~70 年の場合、植栽本数が 6,000 本ではそれは 20~42 年であるが、植栽本数が 9,000 本ではそれは 14~35 年に集中している。

間伐率に対する制約は、伐期が 20 年以上に対しては許容最大値を 0.4 としたが、一回の間伐の強度はいず

れも 0.2 程度である (この間伐強度は、植栽本数が 6,000 本の場合、それは本数にして 600 本弱~800 本強、植栽本数が 9,000 本の場合、それは本数にして 500 本強~1,500 本強である)。また間伐回数はいずれも 3 回程度である。

したがって、皆伐率において伐採される立木本数は、本論文で定義した間伐率にてそれを表せば、(植栽本数 9,000 本、伐期 100 年のうち、分散が最も大きい $s_1=0.9$ の場合を除いて) いずれも 0.4 程度である (この間伐強度は、植栽本数が 6,000 本の場合、それは本数にして 800 本弱~1,100 本強、植栽本数が 9,000 本の場合、それは本数にして 900 本弱~1,400 本強である)。

4. 諸種の伐期、植栽本数、分散等における間伐効果

表-4 は、表-2, 3 に得られた最大収量を種々の場合について調べたものである。最右 (「No thinning」) 欄の値は、無間伐の場合の収量であり、そのすぐ左の (「D. M.」) 欄の値は通常密度管理図の方法によった場合の収量である。それより左の欄の値は本論文の方法によった場合の収量であり、それらの下段の値は、それぞれその無間伐時の収量に対する割合である。同表より以下のことがいえる。

1) 他の条件が同一の場合、伐期が長いほど、植栽本数が多いほど、地位が高いほど、分散の程度が小さいほど、それぞれ間伐の効果は著しくなるが、おのこの無間伐時の収量に対する増収割合は最大でも 15% 程度である。

2) 通常密度管理図の方法に比較的近い結果をもたらす、パラメータ値 $s_i^A=1.0, s^B=10$ を採用した場

表-4. 諸種の伐期, 植栽本数, 分散等における間伐効果
The thinning effect at each term of planning, planted number,
and dispersion etc.

(Site class : upper)

| Type of distribution | | No. Dis. Rectangular(s_1) | | | | Triangular(s_1^A, s^B) | | | | D. M. No thinning | | |
|--------------------------------------|--------------|-------------------------------|------|------|------|----------------------------|------|------|------|-------------------|------|------------------------|
| Degree of dispersion(s_1, s_1^A) | | 0 | 0.5 | 0.9 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | | |
| Degree of deviation(s^B) | | | | | 1.0 | 3.0 | 10.0 | 1.0 | 3.0 | 10.0 | | |
| Ages (year) | Number (/ha) | 1076 | 1067 | 1060 | 1071 | 1070 | 1070 | 1066 | 1064 | 1063 | 1062 | 1047 (m ³) |
| 50 | 3000 | 1.03 | 1.02 | 1.01 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.01 | |
| | 6000 | 1163 | 1145 | 1132 | 1152 | 1151 | 1150 | 1142 | 1139 | 1137 | 1128 | 1051 |
| | 9000 | 1.11 | 1.09 | 1.08 | 1.10 | 1.09 | 1.09 | 1.09 | 1.09 | 1.08 | 1.08 | 1.07 |
| 70 | 3000 | 1198 | 1178 | 1163 | 1186 | 1184 | 1182 | 1174 | 1170 | 1168 | 1153 | 1051 |
| | 6000 | 1.14 | 1.12 | 1.11 | 1.13 | 1.13 | 1.12 | 1.12 | 1.12 | 1.11 | 1.11 | 1.10 |
| | 9000 | 1413 | 1397 | 1384 | 1404 | 1403 | 1402 | 1395 | 1392 | 1390 | 1386 | 1332 |
| 100 | 3000 | 1.06 | 1.05 | 1.04 | 1.05 | 1.05 | 1.05 | 1.05 | 1.05 | 1.05 | 1.04 | 1.04 |
| | 6000 | 1504 | 1480 | 1462 | 1489 | 1487 | 1485 | 1475 | 1471 | 1468 | 1452 | 1332 |
| | 9000 | 1.13 | 1.11 | 1.10 | 1.12 | 1.12 | 1.12 | 1.11 | 1.10 | 1.10 | 1.09 | |
| 50 | 3000 | 1534 | 1507 | 1487 | 1517 | 1514 | 1512 | 1501 | 1496 | 1493 | 1470 | 1332 |
| | 6000 | 1.15 | 1.13 | 1.12 | 1.14 | 1.14 | 1.14 | 1.13 | 1.12 | 1.12 | 1.10 | |
| | 9000 | 1702 | 1678 | 1659 | 1688 | 1686 | 1684 | 1675 | 1670 | 1668 | 1661 | 1571 |
| 70 | 3000 | 1.08 | 1.07 | 1.06 | 1.07 | 1.07 | 1.07 | 1.07 | 1.06 | 1.06 | 1.06 | |
| | 6000 | 1794 | 1763 | 1740 | 1775 | 1772 | 1770 | 1757 | 1751 | 1747 | 1725 | 1571 |
| | 9000 | 1.14 | 1.12 | 1.11 | 1.13 | 1.13 | 1.13 | 1.12 | 1.11 | 1.11 | 1.10 | |
| 100 | 3000 | 1812 | 1778 | 1755 | 1791 | 1788 | 1786 | 1772 | 1766 | 1762 | 1736 | 1571 |
| | 6000 | 1.15 | 1.13 | 1.12 | 1.14 | 1.14 | 1.14 | 1.13 | 1.12 | 1.12 | 1.11 | |
| | 9000 | | | | | | | | | | | |

(Site class : middle)

| Type of distribution | | No. Dis. Rectangular(s_1) | | | | Triangular(s_1^A, s^B) | | | | D. M. No thinning | | |
|--------------------------------------|--------------|-------------------------------|------|------|------|----------------------------|------|------|------|-------------------|------|-----------------------|
| Degree of dispersion(s_1, s_1^A) | | 0 | 0.5 | 0.9 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | | |
| Degree of deviation(s^B) | | | | | 1.0 | 3.0 | 10.0 | 1.0 | 3.0 | 10.0 | | |
| Ages (year) | Number (/ha) | 817 | 813 | 811 | 815 | 815 | 814 | 813 | 812 | 812 | 812 | 810 (m ³) |
| 50 | 3000 | 1.01 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | |
| | 6000 | 901 | 889 | 879 | 894 | 893 | 892 | 887 | 885 | 884 | 880 | 833 |
| | 9000 | 1.08 | 1.07 | 1.06 | 1.07 | 1.07 | 1.07 | 1.07 | 1.06 | 1.06 | 1.06 | |
| 70 | 3000 | 932 | 917 | 907 | 923 | 921 | 920 | 914 | 912 | 910 | 902 | 833 |
| | 6000 | 1.12 | 1.10 | 1.09 | 1.11 | 1.11 | 1.11 | 1.10 | 1.10 | 1.09 | 1.08 | |
| | 9000 | 1083 | 1073 | 1066 | 1077 | 1077 | 1076 | 1073 | 1071 | 1070 | 1069 | 1053 |
| 100 | 3000 | 1.03 | 1.02 | 1.01 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.01 | |
| | 6000 | 1169 | 1152 | 1139 | 1158 | 1157 | 1156 | 1148 | 1145 | 1143 | 1134 | 1056 |
| | 9000 | 1.11 | 1.09 | 1.08 | 1.10 | 1.10 | 1.09 | 1.09 | 1.08 | 1.08 | 1.07 | |
| 50 | 3000 | 1202 | 1182 | 1169 | 1189 | 1187 | 1186 | 1178 | 1174 | 1172 | 1158 | 1056 |
| | 6000 | 1.14 | 1.12 | 1.11 | 1.13 | 1.12 | 1.12 | 1.12 | 1.11 | 1.11 | 1.10 | |
| | 9000 | 1313 | 1298 | 1287 | 1305 | 1303 | 1302 | 1297 | 1294 | 1292 | 1289 | 1248 |
| 70 | 3000 | 1.05 | 1.04 | 1.03 | 1.05 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.04 | 1.03 | |
| | 6000 | 1401 | 1380 | 1364 | 1388 | 1386 | 1384 | 1375 | 1371 | 1369 | 1355 | 1248 |
| | 9000 | 1.12 | 1.11 | 1.09 | 1.11 | 1.11 | 1.11 | 1.10 | 1.10 | 1.10 | 1.09 | |
| 100 | 3000 | 1433 | 1406 | 1388 | 1416 | 1413 | 1412 | 1401 | 1397 | 1394 | 1375 | 1248 |
| | 6000 | 1.15 | 1.13 | 1.11 | 1.14 | 1.13 | 1.13 | 1.12 | 1.12 | 1.12 | 1.10 | |
| | 9000 | | | | | | | | | | | |

No Dis. , No dispersion; Rectangular, The rectangular-type distribution; Triangular, The triangular-type distribution; D. M. , Ordinary density management method; The upper row, Volume; The lower row, Ratio to the value of no thinning.

合、地位が上の場合、植栽本数 9,000 本/ha、伐期が 50~100 年で、11~12%、植栽本数 6,000 本/ha、伐期が 50~100 年で、8~11%、それぞれ、無間伐の場合に比べて増収となるが、3,000 本/ha の場合はそれが 2~6%と著しく小さく、間伐の効果はほとんどみられない。

3) 地位が中の場合、それぞれと同一伐期、同一植栽本数、同一分散での、地位が上の場合と比較して、0~3%程度その値(増収割合を表す値)が小さい。

5. 無間伐の場合の最終収量

1) 無間伐の場合、地位が上では、伐期 50 年、植栽本数 3,000 本の場合を除いて、地位が中では、伐期 50 年および 70 年、植栽本数 3,000 本の場合を除いてそれぞれ最多密度に達しているため、同一伐期で比較するがぎり植栽本数にかかわらず収量が同一となっている。

2) 無間伐時の最終収量は、同一伐期、同一植栽本数の、地位の上と中とを比較すると、いずれの場合も、前者が後者よりも約 26~29%程度多い。この収量の差は、地位の差によるものである。

VI. おわりに

本報では、分散がある場合の間伐を模式的な下層間伐であると仮定して計算を行った。考察の結果、1) 平行移動モデルは十分に妥当である、2) 現実に実施されている間伐強度や間伐回数は合理的なものである、3) 植栽密度が高いほど早期の間伐が必要である、4) 材積分布の左偏性は、材積収量を考える場合にはさほど問題にならない、などの事実が明らかになった。このような結論が上記の仮定のもとでのみ成立することなのか、あるいは他の、たとえば模式的な上層間伐を仮定した場合に対しても成立するものであるのか、両者を比較検討してみる必要がある。もしも後者であるならば、完全に模式的なものとはなりえない実際の間伐に

対しても本報の結論は正当性をもつであろう。

さらに、本報告では、間伐後の立木本数および材積成長速度は、立木密度および林齢にのみ依存し立木の有する材積には依存しない、との仮定のもとに計算を行ったが、逆に、これらが立木密度および立木の有する材積にのみ依存しその林齢には依存しない、との仮定のもとに同じ考察を行い両者を比較検討してみることも必要であろう。

本論文の作成にあたっては、岩手大学農学部安藤貴教授、同柴田信明助教授および森林総合研究所東北支所小坂淳一氏にはたいへん有益なご助言をいただいた。ここに謝意を表する次第である。

引用文献

- (1) 阿部信行・菊沢喜八郎：間伐効果に関する定量的研究(II)。日林誌 65：207~214, 1983
- (2) 福島県農地林務部農林課：林分材積表。60 pp, 福島, 1966
- (3) HELLMAN, O.: A mathematical model for an energy forest. Manag. Sci. 28: 1247~1257, 1982
- (4) 菊沢喜八郎：収量-密度図を利用した収穫予測の試み。日林誌 61：429~436, 1979
- (5) ———：間伐効果に関する定量的研究(I)。日林誌 63：51~59, 1981
- (6) 箕輪光博：ワイブル型成長過程への DP の適用。日林誌 64：198~200, 1982
- (7) 農林水産省経済局統計情報部：昭和 56 年度育林費調査報告。193 pp, 農林統計協会, 東京, 1983
- (8) 農林水産省経済局統計情報部：昭和 61 年度育林費調査報告。193 pp, 農林統計協会, 東京, 1988
- (9) 大隅眞一：森林計測学講義。287 pp, 養賢堂, 東京, 1987
- (10) RICHARDS, F. J.: A Flexible growth function for empirical use. J. Exp. Bot. 10: 290~300, 1959
- (11) 林野庁計画課：人工林分密度管理図の作成について—東北地方—。スギ。15~27, 林野庁, 東京, 1979
- (12) 竹内公男：間伐された林分の蓄積成長式。日林誌 62：294~300, 1980

(1989年9月18日受理)