林分の成長に伴う樹高曲線の転位と修正Henricksen式の適用

誌名	日本林學會誌 = Journal of the Japanese Forestry Society
ISSN	0021485X
著者	田中, 和博
巻/号	73巻3号
掲載ページ	p. 172-177
発行年月	1991年5月

論　文

林分の成長に伴う樹高曲線の転位と修正HENRICKSEN式の適用

田中和博*

田中和博：林分の成長に伴う樹高曲線の転位と修正 HENRICKSEN 式の適用 日林誌 73：172～177, 1991 林分の成長に伴う同齢単純林の樹高曲線の転位を，直径成長および樹高成長と関連させて考察した。同齢単純林では定期直径成長量と期首の直径との間に正の線形関係が存在し，また，定期樹高成長量は期首の樹高の大きさにかかわらず一定とみなせることが認められているが，これらの線形性を利用して，将来の樹高曲線の定数を予測する式を，いくつかの樹高曲線式について導いた。今回の方法は HENRICKSEN 式には適用できなかったので，実用主義的な見地から同式を修正し，それを修正 HENRICKSEN式と名付け，樹高曲線として使用することにした。

TANAKA, Kazuhiro：**Shifts of the height-diameter curve in a stand and an application of the modified HENRICKSEN equation** J. Jpn. For. Soc. 73：172～177, 1991 Shifts of the height-diameter curve in an even-aged pure stand is discussed in connection with both diameter and height growths. In an even-aged pure stand, periodic diameter increment shows a clear positive linear relationship with diameter at the beginning of the period, whereas the periodic height increment shows none. Based on this result, for some height-diameter curves, this paper presents derived equations which predict future constants and coefficients of height-diameter curves. Because the method developed as reported in this paper cannot be applied to the HENRICKSEN equation, a modified HENRICKSEN equation, which is modified from the viewpoint of pragmatism, is proposed, and its application is presented.

I. はじめに

樹高曲線とは，ある林分のある時点における胸高直径と樹高との関係を示す曲線であり，通常，横軸に胸高直径をとり縦軸に樹高をとって表される。樹高は測定が困難であるので，毎木測定されることは少なく，一般には，各直径階にわたって標本木を選定し，標本木の胸高直径および樹高の測定値を用いて樹高曲線を定めている。樹高曲線の実用上の重要性は，各直径階の平均樹高を推定することにあり，その推定値は，二変数材積表を用いた立木材積計算には欠かせないものである。

現在，パソコンを用いた林分収穫予測システムである『システム収穫表』の開発が進められており，筆者も独自に研究開発中であるが，『システム収穫表』では，収穫表の材積と，材積表から計算した材積との間のかい離をなくしたいと考えている。そのためには，現在の林分，将来の林分にかかわらず，収穫表の立木材積を二変数材積表を用いて，直径階別立木本数と樹高曲線から計算することにすればよいであろう。このような『システム収穫表』を作成するとなると，将来の樹高曲線が必要となる。以上が，本研究の動機である。

一般に，樹高曲線は上方にやや凸な単調増加曲線であり，林木の成長に応じて変化する。択伐林などの異齢林では変化は少なく安定しているが，同齢単純林の場合は，林齢が進むにつれて右上方に転位していくことが認められている(大隅，1987; 南雲・箕輪，1990)。この転位は，当然，直径成長や樹高成長とは独立には論じられないものである。将来の樹高曲線を予測するモデルは，将来の直径分布や，将来の樹高分布を予測するモデルと矛盾するものであってはならない。この研究は，成長に伴う同齢単純林の樹高曲線の転位を，直径成長や樹高成長との関係から明らかにし，さらに，樹高曲線の転位を表現するうえで都合のよい樹高曲線式について検討したものである。

II. 直径成長および樹高成長の特質

同齢単純林では，単木の定期直径成長量 (ΔD) とその立木の期首の直径 (D) との間に正の線形関係が存在することが認められている (PRODAN, 1951; 大隅，1987; TANAKA, 1986)。この関係を式で表せば，

$$\Delta D=\alpha+\beta D \qquad (1)$$

* 三重大学生物資源学部 Fac. of Bioresources, Mie Univ., Tsu 514

となる。ただし，αは定数，βは正の定数であり，ともに林齢に応じて変化する。

一方，樹高成長については，単木の定期樹高成長量(ΔH)はその立木の期首の樹高(H)にかかわらず，ほぼ一定とみなせることが認められている（TANAKA，1988）が，ここではこの関係を拡張して，単木の定期樹高成長量（ΔH）とその立木の期首の樹高（H）との間にも，直径成長の場合と同様，線形関係が存在すると仮定することにする。すなわち，

$$\Delta H=\varkappa+\lambda H \qquad (2)$$

という式を仮定する。ただし，$\varkappa$とλは定数であり，林齢に応じて変化するものとする。λがゼロの場合に，ΔHは一定となるので，このように拡張しても差しつかえない。

実際には，各林木の成長量は，（1）式や（2）式のまわりに散らばっており，その散らばり方についても解析されている(TANAKA，1986，1988)が，ここでは，林分の成長に伴う樹高曲線の転位について考察しようとしているのであり，樹高曲線が胸高直径と樹高との間の平均的な関係を示す曲線であるので，成長量の個々の変動については考えないことにする。

III．林分の成長に伴う樹高曲線の転位

直径成長が（1）式で表され，樹高成長が（2）式で表される場合の，成長に伴う樹高曲線の転位について考察する。この考察では，期首の直径をD_Bで，期末の直径をD_Eで表すことにし，同様に，期首の樹高をH_Bで，期末の樹高をH_Eで表すことにする。よって，以下の関係が成り立つ。

$$D_E=D_B+\Delta D=\alpha+(1+\beta)\,D_B \qquad (3)$$

$$H_E=H_B+\Delta H=\varkappa+(1+\lambda)\,H_B \qquad (4)$$

最初に，最も単純な樹高曲線式の場合，すなわち，樹高曲線が直線で表される場合を例にして，樹高曲線の転位に対する考え方を説明し，つぎに各樹高曲線式について検討する。

1．樹高曲線が直線式の場合

期首の樹高曲線が，

$$H_B=a+bD_B \qquad (5)$$

期末の樹高曲線が，

$$H_E=l+mD_E \qquad (6)$$

で表されるような林分があるとする。（3）式と（4）式を（6）式に代入すると，

$$\varkappa+(1+\lambda)H_B=l+m(\alpha+(1+\beta)D_B)$$

となり，これをH_Bについて解くと，

$$H_B=\frac{l+m\alpha-\varkappa}{1+\lambda}+\frac{1+\beta}{1+\lambda}mD_B \qquad (7)$$

となる。これを（5）式と比較することによって，

$$m=\frac{1+\lambda}{1+\beta}b \qquad (8)$$

$$l=(1+\lambda)(a-\frac{\alpha}{1+\beta}b)+\varkappa \qquad (9)$$

を得る。このように，各林齢の樹高曲線が直線で表されるときは，期末の樹高曲線の各定数は，期首の樹高曲線の各定数，および，定期成長量の期首の大きさに対する回帰直線の定数から導き出される。すなわち，樹高曲線が直線の場合は，成長に伴う転位を予測することができる。

2．樹高曲線が2次曲線式の場合

樹高曲線が2次曲線式の場合，すなわちTISCHENDORF式（2次の項の係数が負の場合はTROREY式という）の場合も，同様に考えることができる。期首の樹高曲線が，

$$H_B=a+bD_B+cD_B{}^2 \qquad (10)$$

期末の樹高曲線が，

$$H_E=l+mD_E+nD_E{}^2 \qquad (11)$$

で表されるような林分があるとする。（3）式と（4）式を（11）式に代入すると，

$$\varkappa+(1+\lambda)\,H_B =l+m(\alpha+(1+\beta)D_B)+n(\alpha+(1+\beta)D_B)^2$$

となり，これをH_Bについて解くと，

$$H_B=\frac{l+m\alpha+n\alpha^2-\varkappa}{1+\lambda}+\frac{1+\beta}{1+\lambda}(m+2n\alpha)D_B +\frac{(1+\beta)^2}{1+\lambda}nD_B{}^2 \qquad (12)$$

となる。これを（10）式と比較することによって，

$$n=\frac{1+\lambda}{(1+\beta)^2}c \qquad (13)$$

$$m=(1+\lambda)\left(\frac{b}{1+\beta}-\frac{2\alpha c}{(1+\beta)^2}\right) \qquad (14)$$

$$l=(1+\lambda)\left(a-\frac{\alpha b}{1+\beta}+\frac{\alpha^2 c}{(1+\beta)^2}\right)+\varkappa \qquad (15)$$

を得る。このように，期首の樹高曲線が2次曲線式で表される場合も，成長に伴う樹高曲線の転位を予測することができる。容易に類推できるように，一般に，期首の樹高曲線が多項式で表される場合は，成長に伴う樹高曲線の転位は予測可能である。

3．HENRICKSEN式，NÄSLUND式，STOFFELS and VAN SOEST式の場合

HENRICKSEN式

$$H=a+b\cdot\ln D \qquad (16)$$

NÄSLUND 式

$$H=a+\frac{D^2}{(b+cD)^2}$$

STOFFELS and VAN SOEST 式

$$H=a+bD^c \qquad (18)$$

は，いずれも適当な変換によって線形関係に変換でき，あてはめも簡単になるので樹高曲線としてよく利用されている曲線式である。しかしながら，これらの樹高曲線式に含まれる直径や樹高に対して，（3）式や（4）式のような線形変換を施してみると，これは容易に確かめられることであるが，いずれも元の樹高曲線式とは異なる種類の曲線式になってしまう。よって，成長に応じて転位していく樹高曲線を，定数の値だけを変えた一つの樹高曲線式で表現したい場合には，これらの樹高曲線式は適当でない。

なお，NÄSLUND式やSTOFFELS and VAN SOEST 式では，定数 a を胸高に等しくしている，すなわち $a=1.2$ m にしているのをよくみかけるが，樹高曲線式に含まれる直径や樹高に対して，（3）式や（4）式のような線形変換を施すという立場からすれば，定数 a を胸高に固定することは意味がないといえる。なぜならば，（4）式に示されているように，各樹高は必ず変化し，それに伴い樹高曲線も転位するからである。樹高曲線は，たとえ（2）式の定数 λ がゼロであっても，定数 $\varkappa$ の分だけは上方に平行移動するからである。

4. 修正 HENRICKSEN式の場合

樹高曲線式に含まれる直径や樹高に対して，（3）式や（4）式のような線形変換を施しても，元の樹高曲線式とは定数の値だけが異なる同じ種類の曲線式になるように樹高曲線式を若干修正することは比較的簡単である。ここでは，HENRICKSEN 式の修正式について考察する。

修正された HENRICKSEN 式は，

$$H=a+b\cdot\ln(D+c) \qquad (19)$$

である。この修正は直観によって得られたものであり，a，b，cは定数である。いま，期首の樹高曲線が，

$$H_B=a+b\cdot\ln(D_B+c) \qquad (20)$$

期末の樹高曲線が，

$$H_E=l+m\cdot\ln(D_E+n) \qquad (21)$$

で表されるような林分があるとする。（3）式と（4）式を（21）式に代入すると，

$$\begin{aligned}\varkappa+(1+\lambda)H_B\\ &=l+m\cdot\ln(a+(1+\beta)D_B+n)\\ &=l+m\cdot\ln(1+\beta)+m\cdot\ln\left(D_B+\frac{a+n}{1+\beta}\right)\end{aligned}$$

となり，これを H_B について解くと，

$$H_B=\frac{l+m\cdot\ln(1+\beta)-\varkappa}{1+\lambda}+\frac{m}{1+\lambda}\ln\left(D_B+\frac{a+n}{1+\beta}\right) \qquad (22)$$

となる。これを（20）式と比較することによって，

$$n=(1+\beta)c-a \qquad (23)$$

$$m=(1+\lambda)b \qquad (24)$$

$$l=(1+\lambda)(a-b\cdot\ln(1+\beta))+\varkappa \qquad (25)$$

を得る。このように，期首の樹高曲線が（20）式のような修正 HENRICKSEN 式で表される場合は，林分の成長に伴う樹高曲線の転位を同じ種類の曲線式のパラメータの変化によって表すことが可能となる。同様の修正式は NÄSLUND 式や STOFFELS and VAN SOEST式についても簡単にみつけることができ，それぞれ以下のように表される。

修正 NÄSLUND式

$$H=a+\frac{(D+e)^2}{(b+cD)^2} \qquad (26)$$

修正 STOFFELS and VAN SOEST式

$$H=a+b(D+e)^c \qquad (27)$$

ただし，a，b，c，eは定数である。

本論文では，修正樹高曲線として，修正 HENRICKSEN 式を主として取り上げているが，これは同式の定数の数が3個であり，他の修正式の定数の数よりも1個少ないという理由による。定数の数が少ないほうが，曲線の当てはめも容易になると考えられるからである。

IV. 樹高曲線の転位の予測例

固定試験地の資料を用いて，樹高曲線の転位を予測し，その結果を現実の樹高曲線と比較した一例を示す。なお，以下の計算では，直径の単位は cm，樹高の単位は m である。

1. 資　料

竹内・長谷川（1975）がまとめた東京大学千葉演習林の林分成長資料の中から，郷台1号試験地の林齢11年と16年の標準木30本の資料を用いた。樹種はスギ（*Cryptomeria japonica* D.DON）である。採用した理由は，同齢単純林であること，調査期間中やその直前に間伐が実施されていないこと，同試験地は平行斜面上に設定されており地形が単純なこと，過去の研究（TANAKA，1986）により，同試験地の優勢木の直径成長については（1）式で表されるような線形性が確

認されていること，そして，若い林分の資料ならば，樹高測定値も比較的信頼できると考えられるためである。

林齢11年から16年の直径成長に（1）式を当てはめた結果，

$$\Delta D=-1.62+0.277D$$

となった。すなわち，$\alpha=-1.62$，$\beta=0.277$であった。相関係数は0.62であったので，やはり正の直線関係が認められる。

樹高成長に（2）式を当てはめた結果は，

$$\Delta H=1.36+0.063H$$

であった。すなわち，$\kappa=1.36$，$\lambda=0.063$であった。相関係数は0.10と小さいので直線関係がないと考え，$\lambda=0$と仮定すると，平均樹高成長量は1.99であった。以下，これをκ'で表すことにする。

2. 樹高曲線が直線の場合

樹高曲線が直線であると仮定して，標準木の資料から樹高曲線を求めると，11年生の樹高曲線は，

$$H=6.70+0.249D$$

であった。（8）式，（9）式を用いて，16年生の樹高曲線を予測すると，$\lambda=0$と仮定し，κ'を用いた場合が，

$$H=9.01+0.195D$$

λを用いた場合が，

$$H=8.82+0.207D$$

であった。これらを，16年生の現実の樹高曲線

$$H=8.93+0.200D$$

と比較すれば，表-1のとおりである。林齢16年の直径は，直径階10～22 cmの間に分布していたので，表-1では，この区間について16年生の樹高曲線の現実の値と予測値が示してある。樹高曲線の各定数が似通っていることからも予想されるとおり，予測結果は良好であり，誤差は数cmの大きさであった。現実値と予測値との差を残差とみなし，その平方和を計算して，表の一番下に示した。その値は両予測法とも非常に小さかったが，$\lambda=0$と仮定した予測法のほうが他方の約半分の値であった。このことは，$\lambda=0$と仮定した簡便な予測法であっても，実用上はなんら問題がないことを示しているといえよう。

3. 樹高曲線が2次式の場合

樹高曲線が2次式であると仮定すると，11年生の樹高曲線は，

$$H=13.20-0.715D+0.0350D^2$$

となった。(13)～(15)式を用いて，16年生の樹高曲線を予測すると，$\lambda=0$と仮定し，κ'を用いた場合が，

$$H=14.34-0.490D+0.0215D^2$$

λを用いた場合が，

$$H=14.49-0.521D+0.0228D^2$$

であった。これらを，16年生の現実の樹高曲線

$$H=9.73+0.092D+0.0036D^2$$

と比較すれば，表-2のとおりである。樹高曲線の各定数は予測と現実とで異なっていたが，予測結果は概ね良好であり，誤差は数10 cmの大きさであった。残差平方和の値は両予測法ともほぼ同じ大きさであったことから，2次式の場合も，$\lambda=0$と仮定した簡便な予測法でよいといえる。残差平方和の値は，樹高曲線に直線式を用いた場合と比較すると，約100～200倍の大きさであった。この結果は，樹高曲線の転位を予測するには，2次式よりも1次式(直線式)のほうが適切な場合があることを暗示している。樹高曲線が2次式

表-1. 樹高曲線が直線の場合の予測結果

直径階	樹高曲線から計算された直径階別平均樹高			
	現実の値		予測値	
(cm)	期首 (林齢11年) (m)	期末 (林齢16年) (m)	$\lambda=0$ の場合 (m)	$\lambda\neq0$ の場合 (m)
10	9.19	10.93	10.96	10.89
12	9.69	11.33	11.35	11.30
14	10.19	11.73	11.74	11.72
16	10.68	12.13	12.13	12.13
18	11.18	12.53	12.52	12.55
20	11.68	12.93	12.91	12.96
22	12.18	13.33	13.30	13.37
現実の期末の樹高曲線との残差平方和			0.003	0.006

表-2. 樹高曲線が2次式の場合の予測結果

直径階	樹高曲線から計算された直径階別平均樹高			
	現実の値		予測値	
(cm)	期首 (林齢11年) (m)	期末 (林齢16年) (m)	$\lambda=0$ の場合 (m)	$\lambda\neq0$ の場合 (m)
10	9.55	11.01	11.59	11.56
12	9.66	11.35	11.56	11.52
14	10.05	11.72	11.69	11.66
16	10.72	12.12	12.00	11.99
18	11.67	12.55	12.49	12.50
20	12.90	13.01	13.14	13.19
22	14.41	13.50	13.97	14.06
現実の期末の樹高曲線との残差平方和			0.635	0.709

の場合は，定数が予測と現実とでは異なっていたが，これは，2次式が柔軟性に富みすぎるためであると考えられる。今回の資料の場合は，2次の項の定数が正であったから，これは下方に凸な曲線が当てはまったことを示している。樹高曲線式として2次式を用いた場合は，普通は，2次の項の定数は負であり，上方に凸な曲線になる。今回は，一部のデータの影響を受けたため，このような結果になったものと考えられる。柔軟性に富むために，かえって定数の値は不安定になっている。これは，期首と期末の両方の樹高曲線についていえることである。そして，予測は期首の定数をもとになされるから，その結果もまた不安定なものとなり，結局，予測の定数と現実の定数が異なってしまうと考えられる。

4. 樹高曲線が修正 HENRICKSEN式の場合

樹高曲線が修正 HENRICKSEN式であると仮定して，(19)式を最小2乗法で当てはめることを試みたが，発散してしまい失敗に終った。これは，データが直線的に並んでいたためと考えられる。最小2乗法の途中結果をみてみると，定数の値は大きく変動していたものの，残差平方和は急速に安定状態に達していた。そこで，(19) 式の定数 a をゼロに固定した式を用いても，実用上の不都合はないと判断した。定数 a をゼロに固定した最小2乗法で当てはめると，11年生の樹高曲線は，

$$H=3.67\cdot\ln(D+2.14)$$

となった。(23)～(25) 式を用いて，16年生の樹高曲線を予測すると，$\lambda=0$ と仮定し，x'を用いた場合が，

$$H=1.09+3.67\cdot\ln(D+4.35)$$

λ を用いた場合が，

$$H=0.41+3.90\cdot\ln(D+4.35)$$

であった。これらを，定数 a をゼロに固定して当てはめた16年生の現実の樹高曲線

$$H=3.99\cdot\ln(D+5.03)$$

と比較すれば，表-3のとおりである。なお，表-3には，比較のために，従来の HENRICKSEN 式を当てはめた結果も示した。樹高曲線が HENRICKSEN式であると仮定すると，11年生の樹高曲線は，

$$H=1.72+3.22\cdot\ln(D)$$

16年生の樹高曲線は，

$$H=3.88+2.99\cdot\ln(D)$$

であった。

まず，修正式と従来の式との比較であるが，表-3に示したように，11年生の場合も16年生の場合も，ほとんど差がなかった。このことは，相異なるがよく似た曲線を同じデータに最小2乗法で当てはめた場合は，データが存在する区間内では，どちらの曲線の当てはまりがよいかは優劣をつけがたいことを示している。つぎに，定数 a をゼロに固定して修正HENRICKSEN式を当てはめた場合の16年生の現実の樹高曲線を予測値と比較してみると，誤差はほぼ10 cm 以内であり，予測結果は良好であった。残差平方和は，両予測法とも非常に小さかったが，λ を用いた予測法の値のほうが，もう一方の約13分の1の大きさであった。このことは，λ を用いた予測法の精度が非常に高いことを期待させるものである。しかし，修正 HENRICKSEN 式の場合も，$\lambda=0$ と仮定した簡便な予測法で，実用上は十分満足できるものと思われる。

表-3. 樹高曲線が修正 HENRICKSEN 式の場合の予測結果

直径階	樹高曲線から計算された直径階別平均樹高					
	現実の値				予測値	
	期首 (林齢11年)		期末 (林齢16年)		$\lambda=0$ の場合	$\lambda\neq0$ の場合
	在来式	修正式	在来式	修正式		
(cm)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)
10	9.13	9.16	10.76	10.81	10.87	10.80
12	9.72	9.72	11.31	11.31	11.34	11.31
14	10.22	10.21	11.77	11.75	11.77	11.76
16	10.65	10.64	12.17	12.15	12.15	12.16
18	11.03	11.02	12.52	12.52	12.49	12.53
20	11.37	11.37	12.84	12.85	12.81	12.86
22	11.67	11.68	13.12	13.15	13.10	13.17
現実の期末の樹高曲線との残差平方和					0.010	0.0008

以上のように，予測結果は概ね良好であったが，これは定数 α，β，x，λに既知の値を用いた場合の結果であることに注意しなくてはならない。現実には，次の分期の定数 α，β，x，λ を予測しなくてはならない。今回の結果は，定数 α，β，x，λの予測が正確であれば，樹高曲線の転位もかなり正確に予測できることを示すものである。

V. おわりに

筆者らは，成長に伴う林分の推移を確率過程としてとらえ，とくに胸高直径と樹高を2因子とする二次元林分遷移の方程式について研究してきたが，この理論では，樹高曲線は直線になることが導かれている（鈴

木・田中，1981; 田中・鈴木，1983)。しかし，現実の同齢単純林について樹高曲線を求めてみると，一般に，上方に凸な単調増加曲線が得られ，二次元林分遷移の理論から得られる直線式とは異なる。これには主な理由として次の3点が考えられる。ひとつは，間伐による直径樹高二次元分布の歪みのためであり，もうひとつは，成長競争に遅れをとった林木が，樹高がいちだんと低い下層木集団を形成するためである(田中，1983) と考えられる。三番目の理由は，微地形や斜面の傾斜の影響である。ある程度の面積をもつ林分について，樹高曲線を求める場合には，樹高成長に及ぼす地形の影響などは避けられないものである。

このように，現実の樹高曲線の形状は，さまざまな影響をうけて変形するので，理論曲線とは一致しないのが普通である。実際に樹高曲線を求めるときは，データに各種の樹高曲線式や実験式を当てはめ，そのなかから最も当てはまりがよいものを採用するのが一般的である。樹高曲線を実験式で表すと割り切ってしまえば，実用上使いやすい曲線式を採用するのがよい。修正 HENRICKSEN 式は，上方にやや凸な単調増加曲線であり，林分の成長に伴う樹高曲線の転位も表現できるという利点を持ち合わせている。冒頭でも述べたように，現在『システム収穫表』を開発中であるが，筆者はこの修正 HENRICKSEN式を実験式として採用しようと考えている。この場合，当てはめを容易にするため，期首の樹高曲線は，定数aをゼロに固定した (19) 式，あるいは，従来の HENRICKSEN式 (定数 c をゼロに固定した (19) 式に等しい) を最小2乗法で当てはめて求める予定である。

引用文献

南雲秀次郎・箕輪光博：測樹学．現代林学講義10．243 pp，地球社，東京，1990

大隅眞一編：森林計測学講義．287 pp，養賢堂，東京，1987

PRODAN，M.： Messung der Waldbestände．260 pp，J. D.Sauerländer's Verlag，Frankfurt/M.，1951

鈴木太七・田中和博：確率過程としての林分の遷移(VI)二次元林分遷移の方程式．日林誌 **63**：273～277，1981

竹内公男・長谷川茂：千葉演習林における林分生長資料．演習林 (東大) **19**：69～175，1975

田中和博：林齢に伴う直径分布型および樹高分布型の変化に関する一考察．日林誌 **65**：473～476，1983

TANAKA，K.：A stochastic model of diameter growth in an even-aged pure forest stand．J.Jpn.For.Soc. **68**：226～236，1986

————：A stochastic model of height growth in an even-aged pure forest stand．J.Jpn.For.Soc. **70**：20～29，1988

田中和博・鈴木太七：確率過程としての林分の遷移 (VII) BACHELIER 型二次元林分遷移の方程式の解法．日林誌 **65**：104～106，1983

(1990年4月2日受理)