

樹冠縦断面形のフラクタル性について

誌名	日本林學會誌 = Journal of the Japanese Forestry Society
ISSN	0021485X
巻/号	763
掲載ページ	p. 242-248
発行年月	1994年5月

農林水産省 農林水産技術会議事務局筑波産学連携支援センター
Tsukuba Business-Academia Cooperation Support Center, Agriculture, Forestry and Fisheries Research Council
Secretariat



論 文

樹冠縦断面形のフラクタル性について

溝上展也*・増谷利博*

溝上展也・増谷利博：樹冠縦断面形のフラクタル性について 日林誌 76：242~248, 1994 樹冠縦断面形を定量的に記述する新たな方法としてフラクタル幾何学の導入を試みた。まず、水平方向から撮影した樹冠部の写真を用いて、コンピュータによる画像処理を行い、ボックスカウンティング法を適用し、樹冠縦断面形にフラクタル性があるかどうかについて検討した。針葉樹4樹種、広葉樹3樹種に対して解析を行った結果、樹冠縦断面形はフラクタル性を有することが確かめられた。また、その形状はフラクタル次元によって1から2の間の非整数で数値化された。フラクタル次元はクラスター構造が発達した樹冠や、葉密度が低く、隙間の多い樹冠では高い値を示し、一方、樹冠の表面に葉が密生しているものでは低い値を示した。これらのことから、フラクタル次元によって、同一樹種内でも着葉形態や葉密度の違いで異なる樹冠縦断面形の定量化が可能であることがわかった。このフラクタル次元による定量化は、写真を使つての解析であることから、樹冠形の時系列の変化を記述するのに有効であると考えられた。

MIZOUE, N. and MASUTANI, T.: **Fractal on the vertical section form of tree crowns.** J. Jpn. For. Soc. 76: 242~248, 1994 The authors examined whether or not the vertical section form of tree crowns was fractal by the box counting method. Photographs of crowns taken in the field were digitized, and the box counting method was followed by processing the image data. The results of analyzing about seven species showed that the vertical section forms of crowns had the fractal property, and its form was quantified by fractal dimensions, non-integer (1 to 2). Crowns with small foliage densities or developed clusters of leaves had large fractal dimensions, whereas those with high foliage densities had small fractal dimensions. This showed that fractal dimension is a good quantifier of crown form varying widely with foliage distribution and density even within a species. Because of using photographs, the studied method is advantageous in continuously investigating changes in crown form.

I. はじめに

樹冠形は林木の成長や森林景観を考える上で重要であり、これまでに、樹冠の形状を定量的に記述する試みが数多くなされてきた。従来の研究では、樹冠輪郭の数個の計測データから樹冠縦断面の外形をある関数で近似する方法が用いられている。たとえば、梶原(1975)、清水ら(1982)、小林・笹川(1991)などは樹冠形を放物線や楕円に近似させ、その関数のパラメータの違いで樹冠形の種特性や生育段階的变化を記述している。現実の樹冠縦断面は着葉形態や葉密度によってきわめて複雑な形状を呈しているが、従来の方法は、それを単純化することで樹冠全体の幾何学的特徴を記述することを可能とし、さらには、樹冠表面積や体積などの算出や樹冠形状の3次元表示も容易にしているという利点がある。

一方、MANDELBROTが提案したフラクタル幾何学

(MANDELBROT, 1983)は、上記のような単純化の方法ではなく、自然界のさまざまな形状に対してその複雑さを表現する方法を与え、多くの分野でその有効性が確認されている。フラクタルとは、自己相似性をもつような図形や現象の総称であり、フラクタル性を有する図形は、非整数の値をとるフラクタル次元で定量化される。樹木に関しても、枝レベルで、その分岐構造にフラクタル性が確認されている(MORSEら, 1985)。また、ZEIDE and PFEIFER(1991)は同一樹種、同一樹冠型の林木に対して樹冠の外形の相似性を仮定し、葉重量と着葉部樹冠体積との関係から樹冠表面のフラクタル性を確認している。そして、フラクタル次元は耐陰性、樹冠型および着葉状態を記述しているとの結論を得ている。しかし、この方法では樹木の伐倒調査を前提としているため時系列の測定は不可能であり、また、樹冠の相似性を仮定しているためその適用範囲は限られている。

* 九州大学農学部 Fac. of Agric., Kyushu Univ., Fukuoka 812

そこで本研究では、写真から得られる樹冠縦断面形に着目し、その形状の定量的な記述の新たな方法としてフラクタル幾何学の導入を試みるため、樹冠縦断面形のフラクタル性について検討した。

なお、本研究でいう樹冠縦断面形(図-1)とは、側方からの樹冠の投影形のことである。したがって、投影形に空隙がある場合には、その形状をも含んだものが樹冠縦断面形である。

資料収集にあたり、ご便宜を賜った九州大学粕屋および早良演習林、福岡市植物園ならびに福岡営林署の関係各位の方々に深甚の謝意を表する。

II. フラクタル性の検証方法

フラクタル性を有する図形は、小さい部分をみても、より大きい部分をみても、同じような形状をしているという自己相似性をもつ。たとえば、海岸線は地図の縮尺を変えても、同じように屈曲して見える。この場合、長さ r の線分で海岸線を近似したときの海岸線の長さ $L(r)$ 、あるいは合計線分数 $N(r)$ は次式で表される(高安, 1986)。

$$L(r)/r = N(r) \propto r^{-D} \quad (1)$$

このように、ある図形が長さを変数としたべきの関係で表されるときフラクタル性をもつというが、フラクタル性を検証する方法としては、より一般的にはボックスカウンティング法(高安, 1986)が用いられている。この方法は、対象となる図形を一辺の長さが r の正方形(ボックス)に分割し、図形を含む正方形の数 $N(r)$ を数える方法である。そして、 r を変化させたときに $N(r)$ と r に(1)式の関係が成り立てば、その図形がフラクタル性を有することが示される。

(1) 式の D はフラクタル次元と呼ばれ、図形の形

状を特徴づける量である。直線と平面に対してボックスカウンティング法を行った場合、 D はそれぞれ 1 と 2 になり、ユークリッド次元と一致するが、フラクタル次元は必ずしも整数値をとるとは限らない。たとえば、海岸線の場合、 D は 1 と 2 の間の非整数の値を示し、その形状がより複雑に入れ込んだものほど D は増加する(高安, 1986)。

III. 資 料

樹冠縦断面形のフラクタル性を検証するためには、水平方向から撮影された単木ごとの樹冠部の写真が必要であるが、このような写真は対象樹冠が他の樹冠と重ならないことを前提としていることから、通常、密度が高い林分においては撮影が不可能である。そこで、本研究では老齢あるいは若齢で疎開状態にある林木や、公園樹などを対象とした。

今回、対象とした樹種は、針葉樹ではヒノキ (*Chamaecyparis obtusa* ENDL.), スギ (*Cryptomeria japonica* D. DON), ナンヨウスギ (*Araucaria cunningghamii* SWEET), クロマツ (*Pinus thunbergii* PARL.) の 4 樹種、広葉樹ではケヤキ (*Zelkova serrata* MAKINO), ニワウルシ (*Ailanthus altissima* SWINGLE), クスノキ (*Cinnamomum camphora* SIEB.) の 3 樹種である。撮影対象木の概要を表-1 に示しているが、ヒノキとクロマツではそれぞれ 2 本、他の樹種ではそれぞれ 1 本であり、ヒノキ a を除いて、いずれも樹齢は推定樹齢である。ヒノキ a は福岡県粕屋郡篠栗町に所在する九州大学粕屋演習林内の 10 年生の未閉鎖林の造林木である。ヒノキ b とスギは篠栗町にある若杉山国有林内の約 100 年生のヒノキ林、スギ林のものである。ヒノキ b の樹冠縦断面を単純化した形は放物線に近似しているが、スギの樹冠は片側に多少、偏奇して

表-1. 資 料

対象木	樹高 (m)	胸高直径 (cm)	最大樹冠幅 (m)	推定樹齢 (years)	場所
ヒノキ a	4.1	5	1.5	10	九州大学粕屋演習林
ヒノキ b	24.0	56	6.4	100	若杉山国有林
スギ	25.0	46	3.7	100	若杉山国有林
ナンヨウスギ	22.9	62	10.3	70	九州大学農学部構内
クロマツ a	16.0	30	5.9	120	九州大学早良演習林
クロマツ b	11.0	22	4.1	20	九州大学早良演習林
ケヤキ	10.5	22	6.4	50	福岡市植物園
ニワウルシ	14.5	34	6.2	25	九州大学農学部構内
クスノキ	9.4	36	9.4	40	九州大学文系構内

いる。ナンヨウスギは九州大学農学部構内の植栽木で、葉のクラスター構造が発達している。クロマツ a とクロマツ b は福岡市西区にある九州大学早良演習林の海岸林に育成している林木で、両者とも樹冠縦断面を単純化した形は放物線に近似している。一方、ケヤキ、ニワウルシおよびクスノキは福岡市植物園内、九州大学農学部構内、九州大学文系構内の植栽木であり、樹冠縦断面を単純化した形がそれぞれの樹種で最も典型的な樹木を選定した。

なお、撮影時はいずれも 1992 年 9 月上旬であり、写真縮尺を求めるために、測桿を設置して撮影した。

IV. 画像処理によるボックスカウンティング法の適用

樹冠部の写真を用いて、ボックスカウンティング法により樹冠縦断面形のフラクタル性を検証するためには、以下の手順でコンピュータ上での画像処理を行う必要がある。

まず、得られた写真からボックスカウンティング法に用いる樹冠縦断面形の画像データを作成しなければならないが、最初に、イメージスキャナを用いて、写真をコンピュータに画像入力する。次に、取り込まれた画像を白黒の 2 値画像に変換し、そして、樹冠縦断面形の輪郭をトレースして、この画像をボックスカウンティング法に用いる画像データとする。

この手順をヒノキ a の資料を使って具体的に示すと、図-1 のとおりである。まず、樹冠の写真をイメ

ジスキャナ (EPSON 社製 GT-6000) を使ってカラー (256 色) でコンピュータに画像入力する。この入力画像を図-1 (a) に示しているが、実際のコンピュータの画面上では 256 色のカラーで表示されている。次に、取り込まれた画像を白黒の 2 値画像に変換したのが図-1 (b) であり、さらに、樹冠縦断面形の輪郭をトレースして作成された画像データが図-1 (c) である。なお、画像の 2 値化処理と輪郭のトレース処理には、Adobe 社製 Photoshop を用いた。

次に、このような手順で得られた画像データを用いてボックスカウンティング法を適用する。コンピュータの画面は画素で分割表示されているので、この画素をもとに幅 r のボックス (正方形) を作る。そこで、画像データを 512×512 ピクセル (画素) のボックスで覆い、この画像を幅 $r = 2^n$ ($n = 0 \sim 8$) ピクセルのボックスに分割していく。つまり、 r を 512, 256, 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1 ピクセルと変化させていく。ヒノキ a の画像データを用いたボックスカウンティング法の適用例を図-2 に示す。図には、 r が 32 ピクセルのときの状態を示しているが、このように 512×512 ピクセルの画像データを幅 $r = 32$ ピクセルのボックスに分割し、樹冠縦断面形を含むボックスの数 $N(r)$ を数えていく。なお、実際のボックスカウンティング法の手続きには、PDS (Public Domain Software) の NIH Image (製作者: Wayne RASBAND) を用いた。

このようにして得られた r と $N(r)$ を両対数軸上にプロットし、(1) 式より $\log r$ と $\log N(r)$ に直線

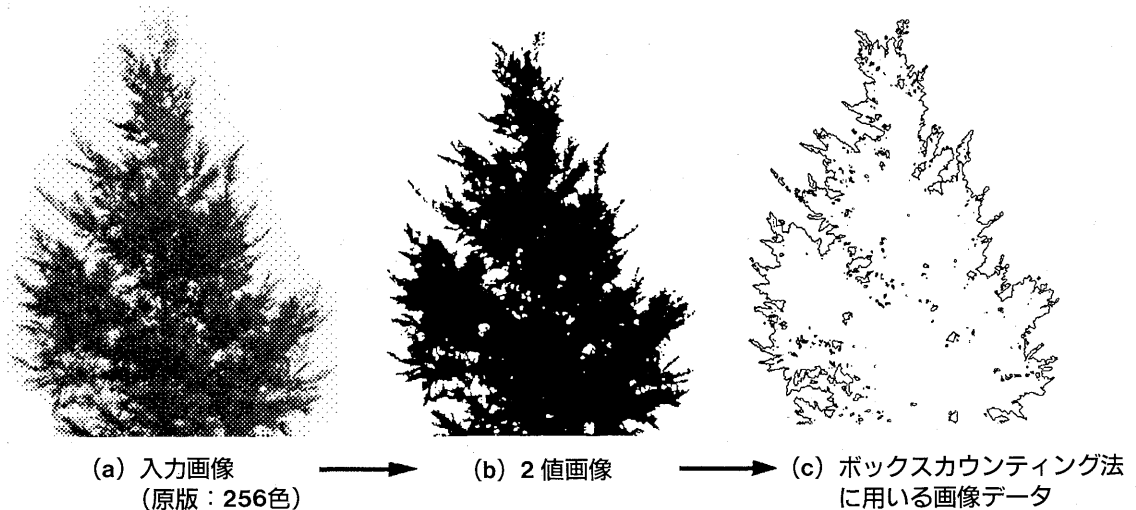


図-1. ボックスカウンティング法に用いる画像データの作成手順

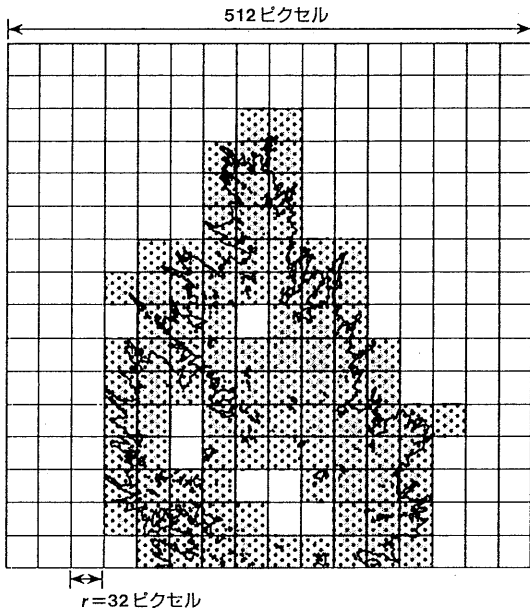


図-2. ボックスカウンティング法の適用例 (ヒノキ a)

関係が認められれば、樹冠縦断面形はフラクタル性を有することになる。また、直線回帰により傾きを求めると次式よりフラクタル次元 D が求められる。

$$\log N(r) = -D \log r + k \quad (2)$$

ここに、 k は定数である。

V. 結果および考察

樹冠写真から画像処理によりボックスカウンティング法に用いる画像データを作成し、7樹種、9本の画像データを図示したのが図-3(a)~(i) (左)である。画像データを太線で囲っているボックス (正方形) の大きさは 512×512 ピクセルであり、画像データの左上隅には 1 m のスケールを記している。

これらの画像データにボックスの幅 r を9段階 ($1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512$ ピクセル) に変化させて、ボックスカウンティング法を適用した結果を、図-3(a)~(i) (右) に示している。ボックスの幅 r と樹冠縦断面形を含むボックスの数 $N(r)$ を両対数軸上にプロットし、後述するように、 $\log r$ と $\log N(r)$ の直線関係が認められる範囲を破線で示している。なお、この直線関係の範囲を客観的に求めるために、回帰の適合性の指標である決定係数 (R^2) が 0.999 以上となる範囲として決めた。 $\log r$ と $\log N(r)$ の直線関係の成立するスケールは、ヒノキ b、ケヤキでは

4~128 ピクセル、スギ、ナンヨウスギおよびクロマツ b では 8~128 ピクセル、ヒノキ a、クロマツ a、ニワウルシおよびクスノキでは 8~256 ピクセルであり、少なくとも 8~128 ピクセルの範囲で、すべての対象木に直線関係が認められる。このことから、 $\log r$ と $\log N(r)$ の直線関係、つまり、(1) 式の関係が成り立つことになり、対象木すべての樹冠縦断面形にフラクタル性が認められることがわかる。

ところで、自然界で一般的にみられるパターンには、フラクタル性が成立するスケールに上限と下限が存在する (高安, 1986)、つまり、今回のようにボックスカウンティング法を適用したときに、 $\log r$ と $\log N(r)$ の直線性に上限と下限が存在するが、このことは他の研究でもみられ、次のように解釈されている。ボックスの幅 r が大きいスケールの場合には、分割されたボックスのすべてがカウントされることになり、画像データは面として認識され、 D は 2 となり、一方、ボックスの幅が画素 (1 ピクセル) に近い小さいスケールの場合には、写真の解像度不足や、形状の複雑さが出てこないことから、 D は 1 に近づく (MORSE ら, 1985)。本研究の場合も同様の傾向がみられ、 r が 256 と 512 ピクセル、つまり、図-3(右)の右端 2 点のときは、すべての資料木で $N(r)$ はそれぞれ 4 と 1 になり、その 2 点を結んだときの傾きは -2 であることから、 D は 2 となっている。また、 r が 1, 2, 4 ピクセル、つまり、図-3(右)の左端 3 点を通る直線は、すべての資料木で傾きが -1 に近似していることから、 D はほぼ 1 となっている。

そこで、フラクタル性が成立するスケールの上限値と下限値を実際のスケールで考察してみる。写真ごとに写真縮尺が異なることから、フラクタル性の成立する範囲の実長を写真縮尺からそれぞれ計算し、表-2 に示す。たとえば、ヒノキ a での下限値 8 ピクセルは 0.04 m であり、上限値 256 ピクセルは 1.16 m である。この上限値は、表-2 に示すように樹冠の大きさに規定され、各対象木の最大樹冠幅 (MCW) のほぼ $1/2$ に相当し、下限値は 0.1 m 前後となっている。つまり、すべての対象木の樹冠縦断面形は、およそ $0.1 \sim \text{MCW}/2\text{ m}$ のスケールの範囲でフラクタル性を有していることが明らかである。

このように、すべての対象木の樹冠縦断面形に、あるスケールの範囲内でフラクタル性が確認されたが、 $\log r$ と $\log N(r)$ の直線の傾きから求めたフラクタル次元 D を図-3(a)~(i) に、それらを取りまとめたの

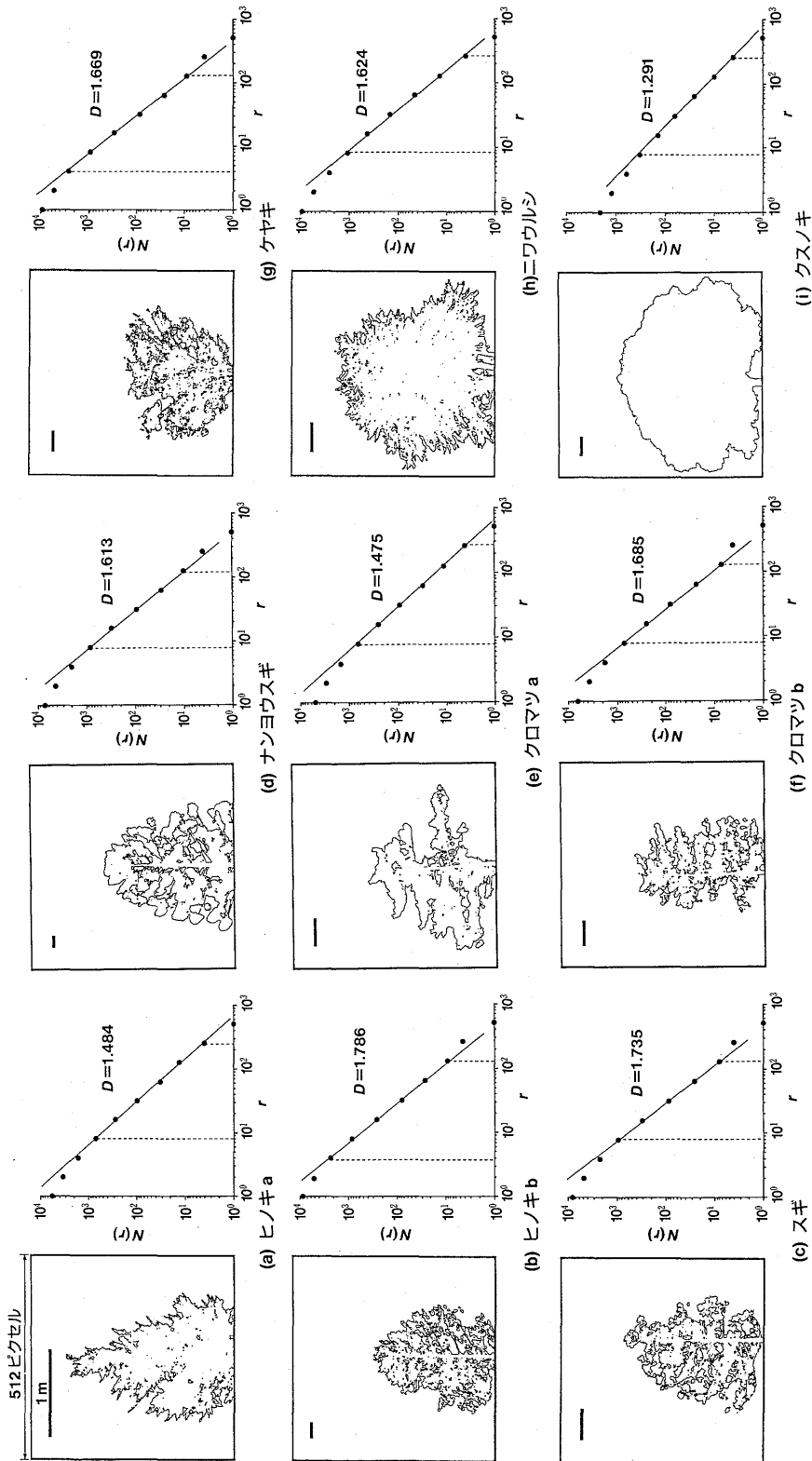


図-3. ボックスカウンティング法の適用結果
 r , ボックスの幅 (ピクセル); $N(r)$, 樹冠縦断面形を含むボックスの数の数; D , フラクタル次元。

表-2. フラクタル次元とフラクタル性の成立するスケール範囲

対象木	フラクタル次元 (D)	フラクタル性の成立するスケール範囲			
		下限値	上限値	下限値	上限値
		(pixel)		(m)	
ヒノキ a	1.484	8	256	0.04	1.16 (0.75)
ヒノキ b	1.786	4	128	0.10	3.17 (3.20)
スギ	1.735	8	128	0.10	1.64 (1.85)
ナンヨウスギ	1.613	8	128	0.27	4.27 (5.15)
クロマツ a	1.475	8	256	0.11	3.66 (2.95)
クロマツ b	1.685	8	128	0.13	2.03 (2.05)
ケヤキ	1.669	4	128	0.08	2.51 (3.20)
ニワウルシ	1.624	8	256	0.11	3.51 (3.10)
クスノキ	1.291	8	256	0.16	5.33 (4.70)

上限値の()内は最大樹冠幅(MCW)/2を示す。

を表-2に示している。そこで、図-3(a)~(i)に示している画像データと D の値との対比から、 D が樹冠縦断面形をどのように記述しているかを検討していく。 D の値の大きいものから順に並べると、ヒノキb, 1.786; スギ, 1.735; クロマツb, 1.685; ケヤキ, 1.669; ニワウルシ, 1.624; ナンヨウスギ, 1.613; ヒノキa, 1.484; クロマツa, 1.475; クスノキ, 1.291となる。画像データから明らかなように樹冠外形が複雑であるものや樹冠縦断面に隙間の多いものほど D の値が高いことがわかる。たとえば、葉密度が低く、樹冠に隙間の多いヒノキb, スギでは、樹冠縦断面形は複雑であり、 D の値は1.7以上を示し、一方、樹冠表面に葉が密生しているクスノキでは樹冠縦断面形は単調で、 D の値は約1.3と低い値を示している。また、ヒノキaとナンヨウスギを比較してみると、樹冠縦断面を単純化した形は両者ともほぼ同じ放物線形に近似しているが、樹冠のクラスター構造が発達しているナンヨウスギの方が縦断面形はより複雑であり、 D の値は高くなっている。同様に、ニワウルシとクスノキを比較してみても、単純化した樹冠形は両者ともほぼ同じ楕円形に近似しているが、樹冠外形がより複雑に入れ込んだ形状をしているニワウルシの方が D の値は高くなっている。このように葉密度や着葉形態で異なる樹冠外形の複雑さや樹冠縦断面の隙間の違いが D の差異として記述されていることがわかる。

さらに、同一樹種内で比較してみると、ヒノキでは、老齢木(約100年生)のヒノキbの方が幼齢木(10年生)のヒノキaより D の値は高くなっている。ヒノキaとヒノキbでは、図-3から明らかなようにヒノキbの方が葉の間の隙間は多いが、このような着葉密度の変化は D の変化として記述可能であることがわか

る。また、クロマツの場合にも、着葉密度の高いクロマツaよりも密度の低いクロマツbの方が次元 D の値は高くなっている。このように、同一樹種内でも多様な樹冠縦断面形の違いが D で定量化可能であることがわかる。

本研究では、針葉樹4樹種、広葉樹3樹種について、樹冠縦断面形のフラクタル性が確認された。針葉樹では、わが国の代表的造林樹種としてのスギ、ヒノキを、海岸林の代表的樹種としてのクロマツを、さらには、葉のクラスター構造が発達しているナンヨウスギを選定した。広葉樹では、常緑樹、落葉樹の典型的な樹種としてクスノキ、ケヤキを選定し、また、羽状複葉であるニワウルシも対象とした。これらの対象木すべての樹冠縦断面形にフラクタル性が認められたことから、他の樹種の樹冠縦断面形にもフラクタル性があることが予想される。

また、樹冠縦断面形はフラクタル次元で数値化され、葉密度や着葉形態によって変化する樹冠外形の複雑さや樹冠縦断面の隙間の多さがフラクタル次元で記述可能であることがわかった。今回の解析は、現地で撮影された写真を資料としていることから、樹冠形の時系列の変化を記述するのに有効であり、樹冠のモニタリングなどに応用できると考えられる。今後は、計測データを増やし、樹種間、樹種内で、さらには成育環境や樹齢で樹冠縦断面形のフラクタル次元を整理していく予定である。

引用文献

- 梶原幹弘(1975) スギ同齢林における樹冠の形態と量に関する研究(I) 樹冠形. 日林誌 57: 425~431.
小林正吾・笹川伸子(1991) 楕円曲線による樹形の3次元

グラフィックス. 102 回日林論: 147~149.

MANDELBROT, B. B. (1983) *The fractal geometry of nature*. Freeman, New York; 広中平祐監訳 (1991) フラクタル幾何学. 467 pp, 日経サイエンス社, 東京.

MORSE, D. R., LAWTON, J. H., DODSON, M. M. and WILLIAMSON, M. H. (1985) Fractal dimension of vegetation and the distribution of arthropod body lengths. *Nature* **314**: 731~733.

清水 晃・西沢正久・竹下敬司 (1982) 林分並びに林地の構

造と水源涵養機能との関係解析(VII) 樹冠型のパラメータについて. *日林九支研論* **36**: 51~52.

高安秀樹 (1986) フラクタル. 181 pp, 朝倉書店, 東京.

ZEIDE, B. and PFEIFER, P. (1991) A method for estimation of fractal dimension of tree crowns. *For. Sci.* **37**: 1253~1265.

(1993年8月16日受理)