

弾塑性有限要素法による車輪走行問題の解析

誌名	琉球大学農学部学術報告 = The science bulletin of the College of Agriculture, University of the Ryukyus
ISSN	03704246
巻/号	41
掲載ページ	p. 193-200
発行年月	1994年12月

農林水産省 農林水産技術会議事務局筑波産学連携支援センター
Tsukuba Business-Academia Cooperation Support Center, Agriculture, Forestry and Fisheries Research Council
Secretariat



弾塑性有限要素法による車輪走行問題の解析

上野正実*・鹿内健志*・岡安崇史**

Masami UENO, Takeshi SHIKANAI and Takashi OKAYASU : An analysis of the wheel traveling performances by an elasto-plastic Finite Element Method

キーワード : 有限要素法, 弾塑性, 走行性, けん引力, 境界条件

Key words : Finite Element Method, elasto-plasticity, traveling performance, traction, boundary condition

Summary

In this study, a problem related with traveling performances of a wheel was analyzed by an elasto-plastic Finite Element Method. The extended subloading surface model proposed by Hashiguchi in plasticity was employed to formulate the FEM. In addition, some modifying loops were introduced into the algorithm of the FEM to estimate properly the interaction at the contact area between a wheel and a soil. Analytical results were compared with experimental those obtained under same conditions to verify the applicability of analysis. Traction and strain distributions in the soil by the FEM agreed well to those by experiments. On the other hand, the values of torque by the FEM were less than the experimental those because of the difference of traveling resistance by each method. It is necessary to improve the treatment of boundary conditions and speed up the calculation for analyzing the stationary conditions.

はじめに

圃場機械は、軟弱な土壌の上を走行するため、その作業性能は走行性に大きな影響を受ける。このため、従来より多くの研究者が、主として実験的な手法を用いて、この問題にアプローチしてきた。しかしながら、土壌条件や機械の使用条件がきわめて多様なために、走行現象の全容を解明し、その成果を設計に十分に活用するまでには至っていない。このようなことから、近年、走行性の問題においても、一般工学の分野で顕著な成果をあげている有限要素解析が注目されている^{2,3,4)}。

本法を用いて車輪の走行状態を適切にシミュレートするには、いくつかの問題が残されている。特に、土壌に関連する有限要素法では、使用する構成式が重要な意味をもつ。従来、弾性構成式や粘弾性

*琉球大学農学部生物生産学科

**琉球大学大学院農学研究科農業工学専攻

構成式が利用されてきたが、これらは走行装置下の土中の応力分布を解明するにはある程度有効であるが、わだちなど残留ひずみを伴う変形問題には全く対応し得ない。土壌踏圧問題などでは、この残留ひずみがむしろ重要であるので、これは大きな欠点である。したがって、土壌を弾塑性体として記述する構成式が必要となる。さらに、車輪の走行現象では、車輪と土壌との接触状態が重要な役割を果たす。いくつかの物体が接触して相互に作用する問題は、接触問題として分類される解析上の難問の一つである。接触面における応力分布および変形状態、すなわち、解析に必要な境界条件を予知するのが難しく、これをプログラム上でどのように表現するかが困難である。

本研究では、これらの問題を考慮にいった弾塑性有限要素法を開発し、車輪走行問題を解析して、その結果の検討を行った。

なお、解析は琉球大学情報処理センターのワークステーション EWS4800 を使用して行った。

方法

1 解析方法

有限要素法は、微分方程式の離散化技術の一つで、物体もしくは場を有限個の要素に分割し、支配方程式を微分方程式から代数方程式に変換する手法の一つである。構造問題では、構造物をいくつかの要素に分割し、要素の代表点すなわち節点に関して、節点荷重増分ベクトル $\{\Delta F\}$ と節点変位増分ベクトル $\{\Delta U\}$ との関係式を作成する。この関係式は剛性方程式と呼ばれ、

$$\{\Delta F\} = K \cdot \{\Delta U\} \quad \dots\dots\dots(1)$$

と表現される。ここに、 K は剛性マトリックスで、物体の力学的挙動を記述する構成式、ならびに、節点座標、変位関数などから作成される。土壌の変形を扱う場合には、力学的挙動が非線形で、なおかつ、大きな変形を対象とするので、ここで示したように増分形式の剛性方程式を用いる必要がある。

任意の要素について次のような類似の関係式が成立する。

$$\{\Delta f\} = k \cdot \{\Delta u\} \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 $\{\Delta f\}$ は任意の要素における節点荷重増分ベクトル、 $\{\Delta u\}$ は節点変位増分ベクトルである。これをすべての要素について合成したものが式(1)である。

要素の剛性マトリックス k を決定するには、まず変位関数を定義する必要がある。これは、要素内の任意の点 $P(x, y)$ の変位増分を、その点の座標値の関数として仮定したものである。すなわち、

$$\Delta u = f(x, y) \quad \dots\dots\dots(3)$$

これは x および y の多項式で表されるが、未定係数を決定するために、節点における既知の変位増分値および座標値を、式(3)に代入して求める。要素内の任意の点のひずみは、次の節点変位-ひずみ式で与えられる。

$$\{\Delta \epsilon\} = B \cdot \{\Delta u\} \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここで、 ϵ はひずみ、 u は節点変位である。次に、この求めたひずみより、次の応力-ひずみの関係(構成式)を用いて、要素内の応力増分を決定する。

$$\{\Delta \sigma\} = D \cdot \{\Delta \epsilon\} \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここで、 D は応力-ひずみ関係マトリックスである。

仮想仕事の原理にこれらの関係式を用い、さらに要素に作用する外力増分を等価節点力増分に変換して、式(2)の要素の剛性方程式を得る。剛性マトリックス k は次の形で具体的に表現される。

$$k = \int_V B^T \cdot D \cdot B \, dV \quad \dots\dots\dots(6)$$

この体積積分は、 D および B が座標を含まない場合には簡単な形になる。一般には、特殊な座標変換(アイソパラメトリック要素)を行って、ガウスの数値積分を行う方法が用いられる。要素の剛性方程式を物体全体にわたって合成すると、全体の剛性方程式(1)を得る。剛性方程式を与えられた境界条件の

下で解き、未知の節点力増分ならびに節点変位増分を求める。節点変位増分から各要素のひずみ増分ならびに応力増分を決定できる。

剛性方程式の定式化において、前述のように、材料の変形挙動を適切に表現し得る構成式を用いることが重要である。これは土壌のような非金属材料を扱う場合には特に問題となる。ここでは、土壌を弾塑性体と仮定し、構成式として橋口による拡張下負荷面モデルを採用した¹⁾。

2 解析モデル

解析は、比較用の土槽実験に合わせて半径150mm、重さ200Nの剛性車輪を想定して行った。解析領域は、幅370mm、深さ60mmで、それらを節点245個、204個の四角形要素に分割した。図1に本解析に使用した解析モデルを示す。解析領域の拘束条件として、車輪下の節点に後述する車輪の回転とすべりによって求められる強制変位増分、側壁および底部には完全固定の条件を与えた。それ以外の節点は全て自由変位の条件にした。

供試土の材料パラメータには、実験結果との比較を行うために、豊浦標準砂のものを使用した。車輪と供試土のまさつ係数は一面せん断試験による実測値を用いた。これらの値を表1に示す。

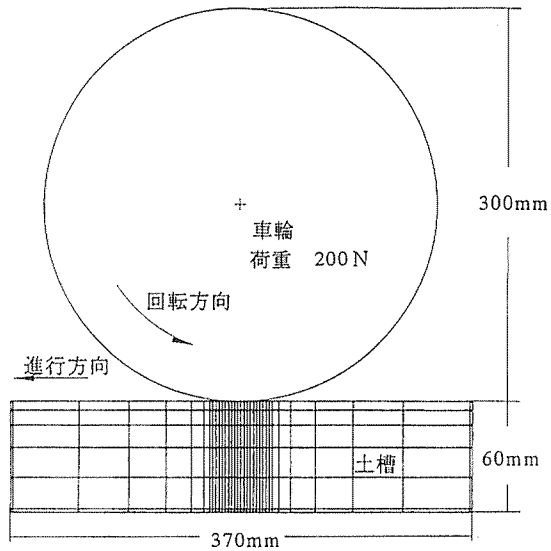


Fig. 1 Analytical model for FEM

Table 1 Material parameters and its initial values

材料パラメータ	記号	係数值	決定方法
正規降伏面のサイズ	F_0	10kPa	試験
内部摩擦角	ϕ_t	38°	試験
正規圧密線の勾配	ρ	0.022	試験
圧密除荷線の勾配	γ	0.002	試験
体積比係数	μ	0.8	仮定
体積比の初期値	V_0	1.705	試験
境界体積比	V_c	1.86	試験
下負荷面初期相似中心	s_0	0.12kPa	仮定
相似中心移動速度係数(1)	c_1	10	仮定
相似中心移動速度係数(2)	c_2	4.5	仮定
非特異係数	γ	0.99	仮定
下負荷面膨張速度係数(1)	u_1	5	仮定
下負荷面膨張速度係数(2)	m_1	1	仮定
下負荷面膨張速度係数(3)	n_1	1	仮定
初期圧力値	P_0	0.24kPa	試験
体積弾性係数	K	66700kPa	試験
せん断弾性係数	G	14000kPa	試験

3 フローチャート

図2に解析のフローチャートを示す。はじめに、入力データから解析メッシュを自動的に生成し、節点座標値、要素ならびに節点番号、ガウス点などの初期データを設定する。これらのデータ、初期応力、初期ひずみおよび材料データから剛性マトリックスを作成する。これを既知の節点荷重増分 $\{\Delta F\}_k$ 、および、節点変位増分 $\{\Delta U\}_k$ で与えられる境界条件の下で解いて、未知の節点変位増分、および、節点荷重増分を求める。ここで、車輪と土壌の接触節点における荷重がクーロンのまさつ条件を満たしているか否かの判定を行う。すなわち、接地面の法線力成分と接線力成分の比がまさつ係数より大きくまさつ条件を満たさない場合には、図2の修正ループ(1)に従った計算を行い、条件が満たされれば次のステップへ進む。すべての接触節点の荷重比がまさつ条件に適合するまでこの修正を繰り返す。幾何学条件の判定では、接触節点が車輪の円周上にあるかどうかをチェックする。円周上にない場合には、修正ループ(2)によって補正計算を行い、条件を満たしていれば次に進行する。さらに、車輪荷重を一定に保つために、接地部節点の鉛直荷重を合計し、設定値との比較を行って、誤差が許容範囲にない場合には、鉛直方向の補正変位増分を与えて修正計算を行う。

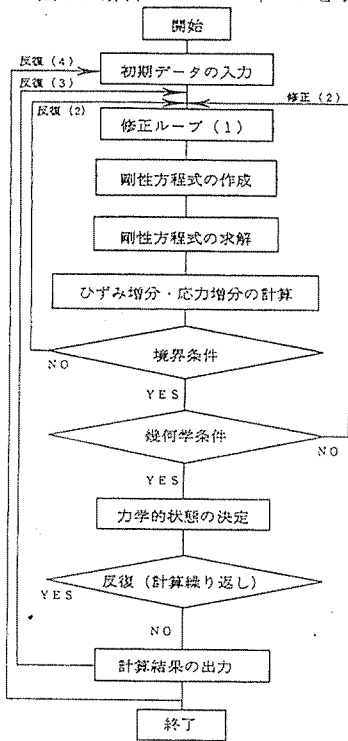


Fig. 2 A flowchart of analysis

これらの修正がすべて終了した後に、要素内の力学的状態（応力、ひずみなど）を決定し、次のステップへと進む。これらのループを繰り返し、所定の回転角に達したら、後続の解析に必要なデータを指定ディスクに出力し、計算は終了する。

4 接地面における境界条件

前述のように、接触問題においては境界条件をどのように与えるか大きな問題である。これについてはいくつかの解法が提案されているが、いずれも特殊問題に限定される。また、剛性方程式の変更を伴うような複雑な場合もあるので、ここでは最も単純な試行錯誤法を採用した。

回転時の車輪と土壌との接触面における変位増分は、すべり率を考慮した式で与えた。剛体車輪上の任意の点はサイクロイド曲線を描くが、これは車輪のすべりによって変化する。車輪がすべりを伴わない場合つまり $s=0.0$ の時、回転角増分 $\Delta \theta$ を与えると、図3における接触点は点Pから点P₁へ移動し、車輪の位置はAからBへ移動する。車輪が完全にすべっている場合つまり $s=1.0$ のとき、車輪は水平方向へは移動しない。この場合、接触点は同じ表面A上にあり、接触点は点Pから点P₃へ移動する。車輪が任意のすべりで転がっている場合、車輪はAからCへ移動し接触点は点Pから点P₂へ移動する。この変位増分は、土壌の節点の変位増分ではなく車輪上の節点の変位である。つまり、車輪表面上の土粒子は車輪上の節点と一体となって変位するものではなく、車輪と土壌の境界面で生ずる相対すべりに応じて変位する。相対すべりは、クーロンまさつに依存するものと仮定する。

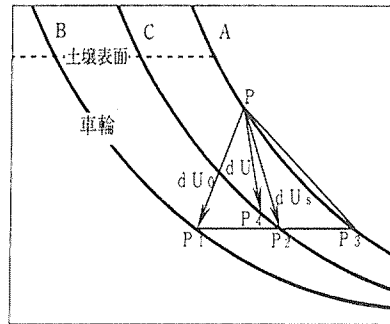


Fig. 3 Boundary condition at the contact area

5 解析結果の処理

解析結果は、一定ステップ（回転角）毎にファイルに出力され、これらは、BASICで作成した解析プログラムによりメッシュ図、節点の変位および荷重ベクトル図、接線-法線応力図、主応力図、主ひずみ図、応力およびひずみの等値線図として出力される。また、これら力学的諸量の経時変化は開発したグラフ作成プログラムでグラフ化した。

6 土槽実験

解析結果と比較するために土槽実験装置を用いて車輪走行実験を行った。解析モデルならびに必要なデータはすべてこの実験に準じている。この装置では、各所に設置したセンサで検出したアナログ電圧値をADコンバータでデジタル値に変換し、これらをコンピュータに転送して、けん引力、トルク、沈下量などを解析する。走行装置は、車輪部と移動台車の2つから構成され、それぞれ独立に駆動されるが、これらはL型センサで連結されている。車輪のすべりは、この2つの駆動モータの速度差によって発生させる。平面ひずみ状態を実現するために、土槽と車輪の幅をできるだけ等しくし、その隙間をできるだけ狭くしてある。装置ならびに方法の詳細は別報で述べてあるので、ここでは省略する⁵⁾。

結果と考察

1 けん引力

回転角とけん引力の関係を図4に示す。けん引力はすべり率が高いほど回転初期において急激に増加し、ピーク値も高くなる傾向がみられる。一方、すべり率が低い場合には、けん引力は緩やかに増加し、ピーク値は低くなる。また、すべり率0%付近ではけん引力は明瞭なピークを示さず、定常状態に近いところまで解析することができた。定常状態とはけん引力の増減が少ない状態のことである。実験結果においても、けん引力は、すべり率が高いほど回転初期に急激に増加し、ピーク値は高く、その後、急減する。一方、低すべり率でのけん引力は、過渡状態では緩やかに増加し、またピーク値も低い。また、すべり率0%付近のけん引力については明瞭なピークがなく、過渡状態から定常状態へ緩やかに移行することがわかった。このように、解析結果と実験結果は定性的に同じ傾向を示した。

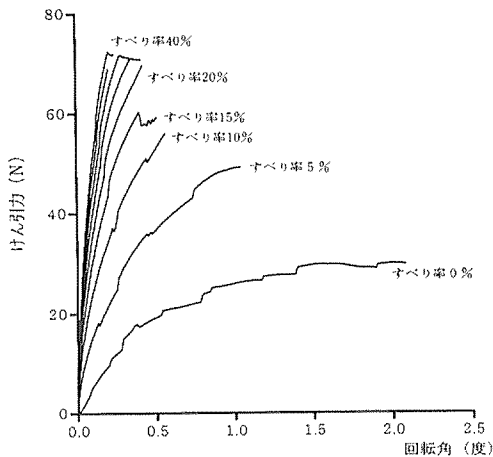


Fig. 4 Changes of the traction with the rotation of a wheel

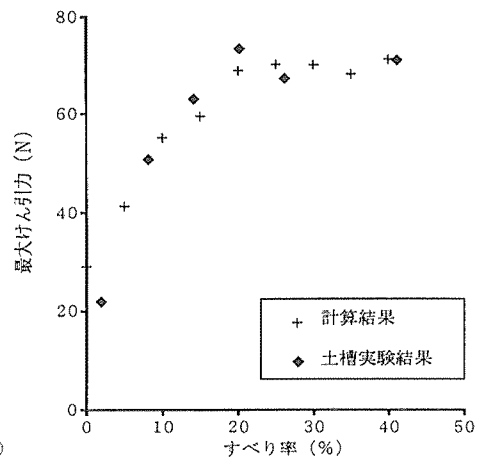


Fig. 5 Relationship between the slip and the maximum traction

すべり率と最大けん引力の関係を図5に示す。最大けん引力は、すべり率が高いほど大きくなるが、すべり率20%付近からはほとんど増加せず、一定の値に落ちつく傾向がみられる。実験結果と解析結果

を比較すると、両者は良く一致していることがわかる。すべり率0%付近では計算結果の方が若干大きい、これは車輪接地部の境界条件処理の不徹底などによるものと思われる。

2 トルク

回転角とトルクの関係を図6に示す。トルクは、けん引力と同様に、すべり率が大きいほど回転初期において急激に増加し、ピーク値も高くなった。一方、すべり率が小さい場合には緩やかに増加し、ピーク値も低い。また、すべり率0%付近では明瞭なピークを示さず、ほぼ定常状態と思われる所まで解析することができた。けん引力とトルクは全体的に類似の曲線形状を示している。実験結果においても、解析結果と類似の傾向を示し、トルクはすべり率が高いほど回転初期に急激に増加し、ピーク値も高くなった。しかしながら、けん引力のようなピーク出力後の低下はわずかで、そのまま定常状態に移行することがわかった。

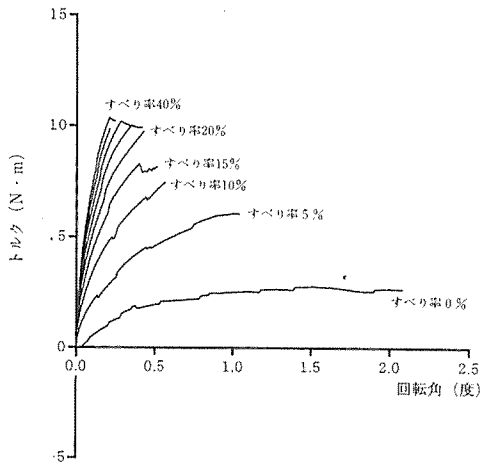


Fig. 6 Changes of the torque with the rotation of a wheel

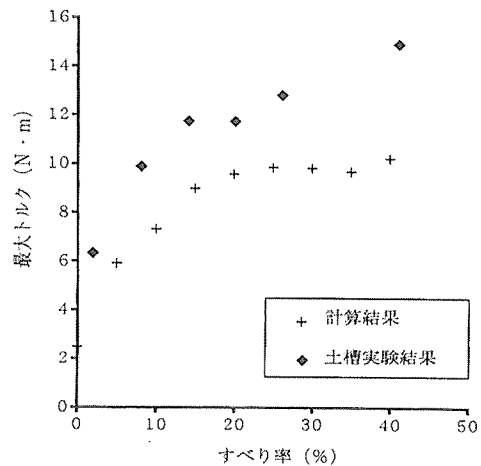


Fig. 7 Relationship between the slip and the maximum torque

すべり率と最大トルクを図7に示す。計算結果、実験結果とも全体的な傾向はほぼ同じであるが、トルクの大きさは計算結果の方がかなり低い値を示している。原因に関しては現在検討中で、解析結果では走行抵抗が小さく算定されることが一因であると思われる。いずれの結果でも、トルクは、すべり率15%付近で一定の値に落ちつき、すべり率40%付近から再び増加する傾向がみられた。

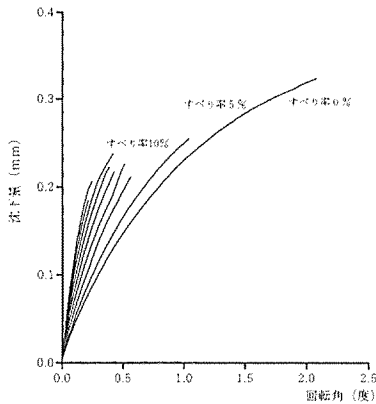


Fig. 8 Changes of the settlement with the rotation of a wheel

3 沈下量

回転角とすべり沈下量を図8に示す。車輪の回転中に沈下量は変化し、一般に沈下量は増大する。この現象は「すべり沈下」と呼ばれ、研究の対象とされてきた。けん引力やトルクと同様に、すべり沈下量についても、すべり率が高いほど回転初期に急激に増加することがわかった。これはすべり率の増加に伴って、車輪後方への排土作用が大きくなるからである。一方、低いすべり率ではこの作用は小さいために、沈下量は緩やかにしか増加しない。実測の沈下量はすべり率が高くなるほど急激に増加し、その値も大きく、解析結果と同様の傾向を示した。

4 主応力分布

すべり率 20%における主応力の分布図を図9に示す。同図では、主応力を十字線で表示し、線分の長さが主応力の大きさを、傾きがその方向をそれぞれ示す。同図の上段は回転初期、下段はけん引力ピーク付近の分布図である。

初期沈下状態では、車軸の鉛直中心線を境に左右対称の分布パターンを示す。車輪直下付近では最小主応力（線分の長い方）が鉛直下方を向く。車輪の側方ではこの線分がしだいに回転して傾く分布状態となっている。回転を始めると（回転初期図の意）、すべり率 0%では車輪下にはほぼ主応力の最大値（絶対値）があり、すべり率が増えると、車輪直下よりやや前方で最大値をとることがわかった。けん引力のピーク付近では、どのすべり率についても主応力が前傾し、すべり率が高いほどその程度が大きくなっている。また、主応力の最大値も車輪直下やや前方に出現することがわかった。

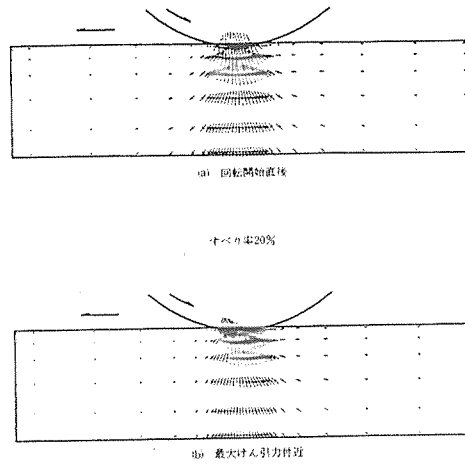


Fig. 9 Distribution and its change of the principal stresses

5 せん断ひずみ分布

けん引力の発生と密接に関係するのはせん断ひずみである。すべり率 0%および40%におけるせん断ひずみ分布をそれぞれ図10および図11に示す。同図では、上段が回転初期、下段がけん引力ピーク付近のものである。負のひずみを細い実線で、正のひずみを太い実線で示した。車輪を回転させずに沈下させた時（初期沈下）の分布の特徴は、車輪下に正負の境界線（零せん断ひずみ線）があり、左方に負の領域、右方に正の領域が存在することである。

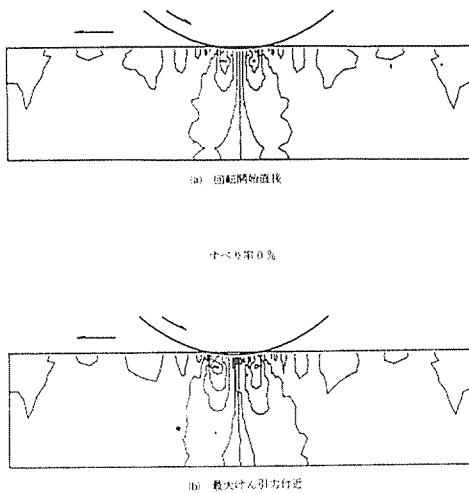


Fig. 10 Distribution and its change of the shearing strain at 0% slip

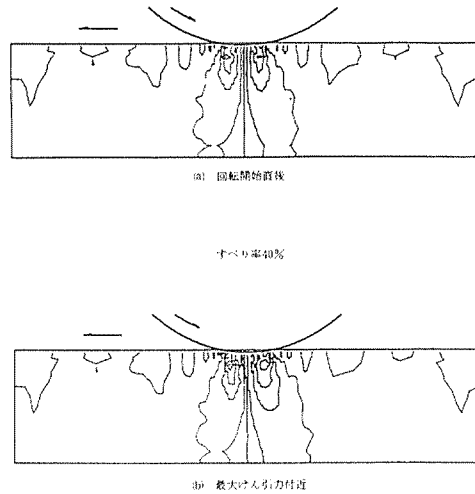


Fig. 11 Distribution and its change of the shearing strain at 40% slip

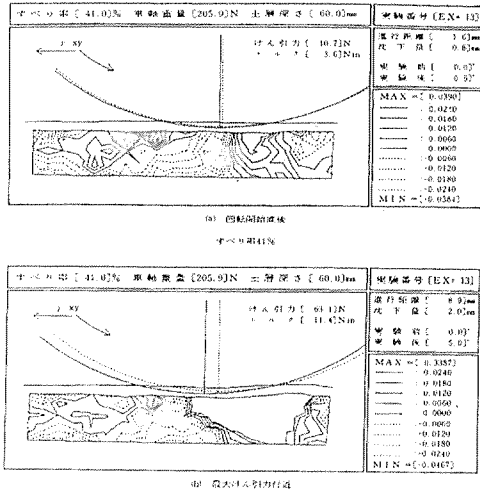


Fig. 12 Distribution and its change of the shearing strain at 41% slip by experiment

回転初期のせん断ひずみの分布形状は、すべり率によって多少異なるが、全体的に初期沈下時と同じく、車軸鉛直中心線に対してほぼ反対称形に近い。この分布パターンはしだいに形を変え、けん引力のピーク付近では、すべり率が高いほど車輪右方(後方)の正の領域が拡大している。車輪直下の正負の境界線(零せん断ひずみ線)は、回転初期では車輪直下にあるが、けん引力ピーク付近では車輪下から車輪前方へやや移動している。これは実験結果とも類似の分布パターンである。図11にすべり率40%の解析結果を、図12にすべり率41%の実験結果を示して両者を比較する。実験結果は、負のせん断ひずみを破線で、正のせん断ひずみを実線で表した。解析結果、実験結果の両分布図とも車輪左方に負の領域が、車輪右方に正の領域が表れ、分布パターンは定性的には類似することがわかった。

摘要

本研究では、車輪の走行性に関する問題を弾塑性有限要素法を用いて解析した。計算結果の妥当性を検討するため、土槽における車輪走行実験結果との比較を試みた。けん引力、土中のひずみ分布については実験結果とはほぼ一致する結果が得られた。しかし、トルクについては、解析値の方が実験値より小さく表れており、その原因の解明は、今後の検討課題としたい。さらに、回転がさらに進んだ状態で出現する定常状態の解析まで行うために、解析プログラムを改良するとともに、境界条件処理に関する修正計算の高速化を図る必要がある。

参考文献

1. 橋口公一 1990 最新弾塑性学, 119~164, 東京, 朝倉書店
2. Jarzebowski, A., Uchiyama, K., Hashiguchi, K., Ueno, M. and Nohse, Y. 1993 Numerical analysis of soil-wheel interaction, Proc., of the ISTVS, Vol. 1 : 340~349
3. 中嶋洋 1991 テラメカニックスにおける有限要素法の利用について, テラメカニックス, 11 : 119~124
4. 上野正実, 泉裕巳, 内山恵一, 橋口公一, 鹿内健志, 月本行則 1989 走行力学における有限要素法の評価システムについて, テラメカニックス, 9 : 95~99
5. 上野正実, 橋口公一, 泉裕巳, 後藤春樹, 能勢行則, 鹿内健志 1994 ゴム皮膜車輪の走行性に関する研究, 九大農芸誌, 48(3・4) : 263~272