

原料繭の合併に関する研究 (3)

誌名	日本蠶絲學雜誌
ISSN	00372455
巻/号	505
掲載ページ	p. 403-408
発行年月	1981年10月

農林水産省 農林水産技術会議事務局筑波産学連携支援センター
Tsukuba Business-Academia Cooperation Support Center, Agriculture, Forestry and Fisheries Research Council
Secretariat



原料繭の合併に関する研究

Ⅲ 合併原料繭荷口における同質生糸糸長の確率分布について

嶋崎 昭典・山崎 光彦
竹内 幸子・田淵 貞夫

上田市・信州大学繊維学部(〒386)
(1981年4月3日受理)

生糸を構成している一束の繭糸のいずれもが更新されずに繰糸される長さを同質生糸糸長と呼ぶことにする。十分長い K 粒付生糸上にみられる同質生糸糸長の分布が粒付数と解じょ糸長分布とで決定される理論構造については、すでにCOX, SMITH(1954), 三浦(1977)らにより示されている。また著者らは粒付数 K が7以上になれば同質生糸糸長は指数分布に近似するとみてよいこと、有限な生糸糸長 T 内に生じる n 個($n \geq 2$)の更新点によりつくられる同質生糸糸長は β -分布で近似できることを報告した(嶋崎ら, 1979)。ここでは更新点数 n に関係なく、また T なる長さ生糸を切断する際に生じる左右端の同質生糸糸長をも含めて、すべての T 内に生じる同質生糸糸長の分布は各種原料繭の合併比、平均繭糸長、平均解じょ糸長とから決定される長さ T で切れた指数分布に従うことが知られたので報告する。

本研究の一部は、文部省の科学研究費により行った。また、データ処理は信州大学のリモート端末を通して東京大学大型計算機センターで行った。本学部の三浦幹彦博士には種々有益なご教示をいただいた。報告に先立ち各位に厚く感謝する。

理論的考察

はじめに、合併原料繭母集団の解じょ糸長分布が与えられているものとして、定粒生糸の同質生糸糸長分布の解析をすすめた後で、導かれた定粒生糸の同質生糸糸長分布と合併集団を構成している各種原料繭特性との関係について考察する。

1. 一定長内に生じる更新点の確率

十分に長い生糸上にとられた任意の切断点 a とそれから T だけ離れた切断点 $b, b=a+T$ の区間に注目する。いま、 T 内に生じる更新点数を確率変数 N であらわし、この区間に $N=n$ ($n \geq 1$)の更新がおき、それらがちょうど $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ の位置に発生するものとする。また、この確率密度を $f_n(t_1, t_2, \dots, t_n | N=n)$ であらわし、繰製生糸の粒付数は実際に生産されている7粒付以上の値をとるものとする。このとき、制限を与えない、十分長い生糸上にみられる同質生糸糸長 u は、すでに示したように次の(1)式で示される。

$$f(u) = \lambda e^{-\lambda u} \dots \dots \dots (1)$$

ここに λ は合併母集団の解じょ糸長分布の平均を μ 、粒付数を K とおくと

$$\lambda = K/\mu \dots \dots \dots (2)$$

で与えられる(嶋崎ら, 1979)。これから、 t_1, t_2, \dots, t_n の各点で更新の行われる確率は

$$\lambda e^{-\lambda(t_1-a)} \lambda e^{-\lambda(t_2-t_1)} \dots \lambda e^{-\lambda(t_n-t_{n-1})} [e^{-\lambda(b-t_n)}] = \lambda^n e^{-\lambda T}$$

となる。ここに、 n 番目の更新点は b の内側に、また、 $(n+1)$ 番目の更新点は b を超えた外側のどこに発生してもよいから、この確率密度は

$$\int_{b-t_n}^{\infty} \lambda e^{-\lambda u} du = e^{-\lambda(b-t_n)}$$

となる。粒付数は7粒以上であるから、一定長 T 内に生じる更新点数 N が n なる値をとる確率はポアソン分布

$$P(N=n) = \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} \dots\dots\dots(3)$$

に従うとみてよい(Cox. ら, 1968)。ゆえに, もとめる確率は

$$f(t_1, t_2, \dots, t_n | N=n) = \frac{\lambda^n e^{-\lambda T}}{P(N=n)} \\ = n! \left(\frac{1}{T}\right)^n \dots\dots\dots(4)$$

となる。この式はT内に生じるn個の更新点のあらわれかたが確率密度 1/T の一様分布に従うことを示している(Cox. ら, 1968)。すなわち, T内の任意の位置に生じる更新点はいずれも 1/T の等しい確率で発現すると考えることができる。

2. 切断端に生じる同質生糸糸長

I本の生糸糸条から長さTの生糸を採取すると, 切断することによって, 採取生糸の左右端に新しい同質生糸糸長がつくられる。ここでは, T内にn個 (n≧1)の更新点があるときの切断端に生じる同質生糸糸長の分布を考える。採取生糸の左端aと第I番目の更新点t₁との間に生じる同質生糸糸長Y₁の確率密度 f_n(y) を考える。簡単のために, 以下, T内に生じる更新点t_iまでの距離はaを原点に測定するものとする。

$$0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_n < T$$

いま, Y₁がyより大きくなる確率を Pr{Y₁>y} とおくと, 前項のことから,

$$Pr\{Y_1 > y\} = Pr\{t_1 > y, t_2 > y, \dots, t_n > y\} \\ = \prod_{i=1}^n Pr\{t_i > y\} \\ = \prod_{i=1}^n \int_y^T \frac{1}{T} dy = \left(1 - \frac{y}{T}\right)^n$$

ゆえに Y₁ の分布関数 F_n(y) は

$$F_n(y) = 1 - \left(1 - \frac{y}{T}\right)^n$$

もとめる確率密度 f_n(y) は

$$f_n(y) = \frac{n}{T} \left(1 - \frac{y}{T}\right)^{n-1} \dots\dots\dots(5)$$

となる。同様にして, 右端に生じる同質生糸糸長の分布もまた(5)式で与えられることが知られる。これらのことから, 採取生糸の左右端に生じる同質生糸糸長は, T内の更新点間によりつくられる同質生糸糸長(嶋崎ら, 1979)と全く同じ分布に従うことが知られる。

3. 一定長内に生じる同質生糸糸長分布

生糸糸条から一定長Tの生糸を採取したとき, そこにみられる同質生糸糸長の分布を考える。

3.1 無更新の場合. T内にI回の更新点も生じないときは, 同質生糸糸長はTである。この事象の生じる確率 f₀(T) は(3)式で N=0 とおいたものに等しいことから, 次式で与えられる。

$$f_0(T) = e^{-\lambda T} \dots\dots\dots(6)$$

3.2 更新点がある場合. T内にI回以上更新がおきたという条件のもとで, 同質生糸糸長Yがyなる値をとる確率密度を f(y) で示すと, (3), (5), (6)式から

$$f(y) = \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{T} \left(1 - \frac{y}{T}\right)^{n-1} \cdot \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} \right] / (1 - e^{-\lambda T}) \\ = \frac{\lambda e^{-\lambda y}}{1 - e^{-\lambda T}} \dots\dots\dots(7)$$

をうる。すなわち, T内に更新があったという条件のもとでの同質生糸糸長の分布は, Tで切れた指数分布に従う。このときの積率母関数 My(θ) は,

$$My(\theta) = \int_0^T e^{\theta y} f(y) dy \\ = \frac{\lambda(1 - e^{-T(\lambda - \theta)})}{(\lambda - \theta)(1 - e^{-\lambda T})} \dots\dots\dots(8)$$

従って, 同質生糸糸長の平均 E[Y] と分散 V[Y] は, (8)式より

$$E[Y] = \frac{1 - e^{-\lambda T}(1 + \lambda T)}{\lambda(1 - e^{-\lambda T})} \dots\dots\dots(9)$$

$$V[Y] = \frac{1 - 2e^{-\lambda T} \left(1 + \frac{(\lambda T)^2}{2} - \frac{e^{-\lambda T}}{2}\right)}{\lambda^2(1 - e^{-\lambda T})} \dots\dots\dots(10)$$

となる。

4. 各種原料繭の集団特性と同質生糸糸長分布

同質生糸糸長分布を変化させる原料繭特性は(2)と(7)式から, 合併原料繭の平均解じょ糸長であることが知られる。いま合併原料集団を構成する各種類の原料集団を A₁, A₂, ..., A_i, ..., A_n, 各集団の繭粒数と合併集団の総繭粒数との比を Q₁, Q₂, ..., Q_i, ..., Q_n, $\sum_{i=1}^n Q_i = 1$ で示し, また, A_i の平均繭糸長を L_i, 平均解じょ糸長を μ_i とおくことにする。なお, 合併集団の繭数は十分多いものとする。そうすると解じょ糸長と解じょ率の定義から, 合併原料繭集団の平均解じょ糸長 μ は

$$\mu = \sum_{i=1}^n L_i Q_i / \sum_{i=1}^n \left(\frac{L_i Q_i}{\mu_i} \right) \dots\dots\dots(11)$$

で与えられる。ゆえに、合併原料集団から無作為に接緒により繰製されたK粒付生糸の分布は(2)，(11)式から

$$\lambda = K \sum_{i=1}^n \left(\frac{L_i Q_i}{\mu_i} \right) / \sum_{i=1}^n L_i Q_i \dots\dots\dots(12)$$

なるパラメータλをもつ(7)式の切れた指数分布により与えられる。

シミュレーションによる実験的検討

種々の解じ糸長分布の原料繭を合併繰糸した生糸を一定糸長Tで切断し、T内にみられる同質生糸糸長の分布特性をモンテカルロ法によりもとめた。

1. 一定糸長内に生じる更新点の分布

5粒付から20粒付までの生糸をモンテカルロ法で作成し、採取糸を60mから120mまで10m間隔を変えた生糸をそれぞれ500本ずつ採取した。つぎに、採取生糸の左端を原点にとり、それより更新点までの長さを測定し、一定生糸糸長内に生じる更新点の分布を作成した。1例をFig. 1に示す。またこれらに、理論的考察のところでのべた更新点での発現が、採取糸長をTとするとき1/Tの一様分布

に従うとしてもとめた推定分布を図中に白丸点線で示した。これから、5粒付以上の生糸では、ほぼT内に生じる更新点の発現は一様分布に従うことが知られる。

2. 切断端に生じる同質生糸糸長

前項と同じ方法で作成した生糸から、60mから120mまで10m間隔に変えた一定長の生糸を採取し、それぞれの採取左端にみられる同質生糸糸長の分布をもとめた。1例をFig. 2に示す。ただし、図中の値はT内に生じた更新点数に関係なく、左端同質生糸糸長を集めた。これらの図に、(7)，(11)式による推定値を白丸点線で示した。図から、生糸左端にみられる同質生糸糸長は(7)式により代表できることが知られる。同様に、採取された生糸右端にみられる同質生糸糸長の相対度数分布図をFig. 3に示す。白丸点線はFig. 2と同じく(7)式による推定分布である。これらのことから、生糸糸条から切断採取した一定長Tの生糸の左右端にみられる更新点数別にもとめた同質生糸糸長は、いずれも切れた指数分布に従うことが知られる。

3. 無更新の場合の同質生糸糸長

粒付数を5粒付から40粒付まで変化させた生糸から、採取糸を40mから200mまで10m間隔に変

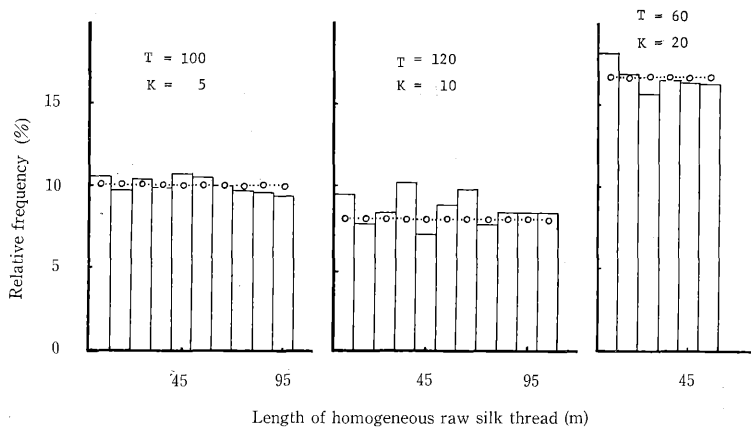


Fig. 1 Distribution of homogeneous raw silk length in the case of a replace point in the constant interval.
 dotted line : theoretical value.
 histogram : observed relative frequency.
 T : constant interval.
 K : reeling cocoon number per thread.

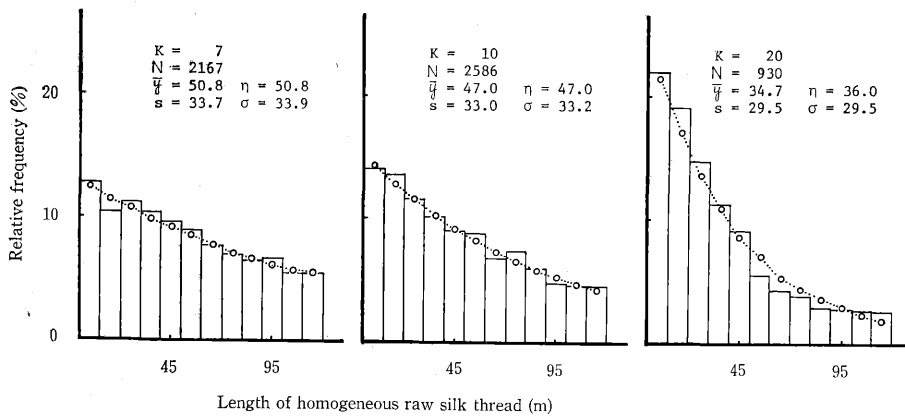


Fig. 2 Distribution of homogeneous raw silk length in the case of left part in the constant interval 120m. dotted line : theoretical value. histogram : observed relative frequency.

K : reeling cocoon number per thread. N : data's size. \bar{y} : mean of observed value. s : standard deviation of observed value. η : theoretical mean. σ : theoretical standard deviation.

えた生糸をそれぞれ1000本以上採取した。つぎに、これらの採取生糸別に更新点が1回も生じない生糸を集め、調査本数に対するそれぞれの生糸本数の比を算出した結果を Fig. 4 に示す。図中の白丸は実測値、点線は(6)式から算出した推定値である。これらの結果から、T内に更新点がなく、同質生糸糸長がTである確率は(6)式の指数曲線により与えられることが知られる。

4. 同質生糸糸長の分布

採取生糸糸長T内に、1回以上の更新点が生じた事象に注目し、更新点と更新点との間によりつくられる同質生糸糸長および採取両端に生じる同質生糸糸長を、更新点数に関係なく総て集めた相対度数分布を Fig. 5 に示す。また、これらの図に(7)式のTで切れた指数分布をあてはめた結果の1例を図中に白丸点線で示した。これから、原料繭を合併混合した原料集団から無作為接緒により繰製されたK粒付生糸のT内にみられる同質生糸糸長は合併原料繭の平均解じ糸長により、決定されることが知られ

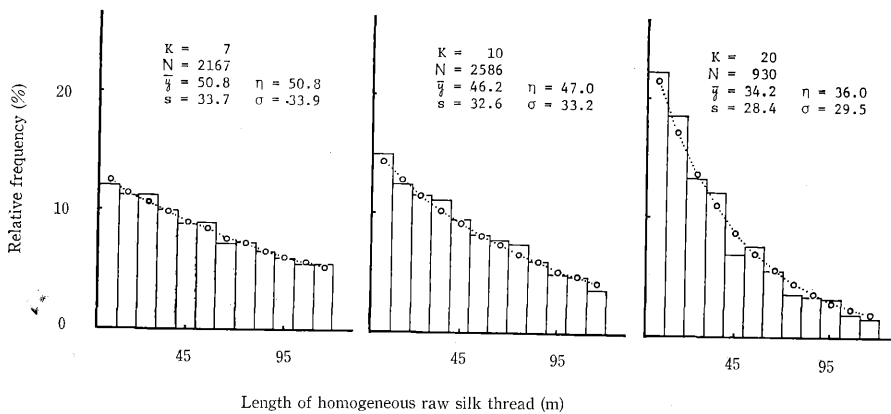


Fig. 3 Distribution of homogeneous raw silk length in the case of right part in the constant interval 120m. note : Each notation of above figure shows the same meaning as Fig. 2.

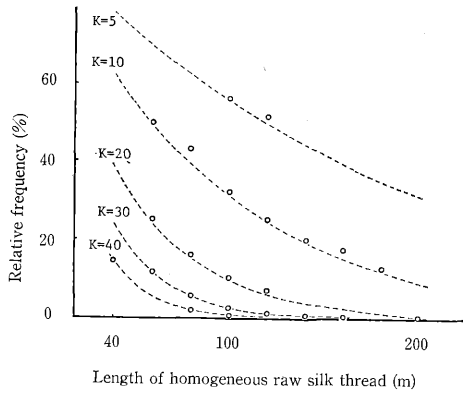


Fig. 4 Probability of homogeneous raw silk length over the constant interval.
 K : reeling cocoon number per thread.
 dotted line : theoretical value.
 circle : observed value.

る。ただし、合併原料集団の平均解じょ糸長は、各種類の原料繭の平均繭糸長、合併比(粒数比)、解じょ糸長から(11)式により算出した。

摘 要

ここでは、合併原料繭の荷口から繰製された定粒生糸に生じる同質生糸糸長の確率分布について考える。合併原料繭は原料繭集団 $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_n$ から構成されているものとする。そして、

L_i, Q_i, μ_i は平均繭糸長、合併比、平均解じょ糸長を示すものとする。ここに、各パラメータの添字 i はそれが原料繭集団 A_i のものであることをあらわすものとする。理論的またシミュレーションによる考察から、ある一定区間 T 内に生じた同質生糸糸長 Y の確率分布は

$$f(y) = \frac{\lambda e^{-\lambda y}}{1 - e^{-\lambda T}}$$

で示されることが知られる。この切れた指数分布のパラメータ λ は原料ならびに技術情報からつぎのように決められる。

$$\lambda = K \sum_{i=1}^n \left(\frac{L_i Q_i}{\mu_i} \right) / \sum_{i=1}^n L_i Q_i$$

ここに、 K は粒付数である。

文 献

COX, D.R. and W.L.SMITH (1954) : *Biometrika*, 41, 91-99.
 COX, D.R. (1962) : In "Renewal Theory", pp. 61-62, Methuen & Co. LTD., London.
 COX, D.R. and P.A. LEWIS (1968) : In "The Statistical Analysis of Series of Events", pp. 17-36, Methuen & Co. LTD., London.
 三浦幹彦(1977) : 日蚕雑, 46, 93-98.
 嶋崎昭典・羽賀秀二郎・竹内幸子・有賀功治 (1979) : 日蚕雑, 48, 455-460.

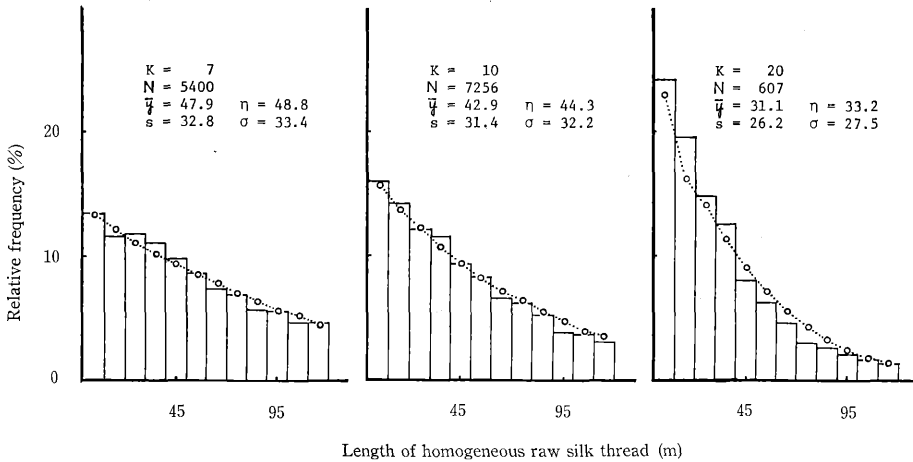


Fig. 5 Distribution of homogeneous raw silk length within the constant interval 120m.
 note : Each notation of above figure shows the same meaning as Fig. 2.

Summary

Studies on the compound population of different cocoon lots

III. On the probability distribution of homogeneous raw silk length
in the compound cocoon population

By

Akinori SHIMAZAKI, Mitsuhiro YAMAZAKI, Sachiko TAKEUCHI and Sadao TABUCHI

In this paper we consider the distribution of homogeneous raw silk length occurring in a raw silk thread which is reeled from the compound cocoon population. Suppose that the compound population is constructed from the cocoon lots $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_n$. And let L_i, Q_i and μ_i be the average of cocoon filaments, the compound ratio and the average of non-broken length of cocoon filaments. The subscript i of each parameter denotes that it belongs to the cocoon lot A_i . From the theoretical consideration and simulation method, it is known that the distribution of homogeneous raw silk length y occurred in a constant interval T is shown as follows,

$$f(y) = \frac{\lambda e^{-\lambda y}}{1 - e^{-\lambda T}}$$

In the above truncated exponential distribution the parameter λ is determined by the raw material and the technical informations as follows,

$$\lambda = K \sum_{i=1}^n \left(\frac{L_i Q_i}{\mu_i} \right) / \sum_{i=1}^n L_i Q_i,$$

here K is the reeling cocoon number per thread.

(Faculty of Textile Science and Technology, Shinshu University, Ueda, 〒 386)