部分尤度を用いた目視データによる放流群の死亡係数の推定

誌名	静岡県水産試験場研究報告 = Bulletin of the Shizuoka Prefectural Fisheries Experiment Station
ISSN	03863484
著者	長谷川, 雅俊 高木, 康次
巻/号	34号
掲載ページ	p. 21-23
発行年月	1999年3月

静岡水試研報（34）：21－23,1999
Bull.Shizuoka Pref.Fish.Exp.Stn.（34）：21－23,1999

部分尤度を用いた目視データによる 放流群の死亡係数の推定

長谷川　雅　俊*・高　木　康　次*

Estimation of Motality Rate from Sighting Survey Data Obtained Released Seeds Using Partial Likelihood

Masatoshi Hasegawa and Koji Takagi

キーワード：目視データ，死亡係数，最尤推定法，部分尤度

栽培漁業研究において放流後，放流魚の個体数を計数した目視データから目視カバー率，自然死亡係数を推定する方法が提案されている。北田[1]は放流個体数をN，i回目の目視個体数をn_i（$i=1, 2\cdots, k$）としたとき，n_1，n_2，$\cdots n_k$，（$N-\Sigma n_i$）が多項分布に従うとして，対数線形モデルによる加重最小2乗法と多項分布モデルによる最尤推定法を提案した。筆者ら[2]はそれぞれの目視調査で個々の放流魚は目視されるかされないかの2通りなので2項分布で統計モデルを考え，最尤推定法を提案した。北田[3]はdispersionパラメータϕ（北田[1]，筆者ら[2]でバラツキのパラメータとしていたもの）の推定値が統計モデル[1,2]によって大きく異なっているため統計モデルの適用に混乱が生じているとして，推定法をシミュレーションによって評価した。その結果，加重最小法タイプのモデルが最も適当であり，対数線形モデルについては重みを修正すれば全てのパラメータを正しく推定するので実用的であるとした。

ここではAkamine[4]による初期資源尾数（標識放流尾数）が既知の時に離散的な漁獲方程式から生残率を推定する方法を目視データの解析へ応用する。この方法は部分尤度を用いた最尤推定法であり，計算を簡単に行えるという特徴を持つ。

モ　デ　ル

筆者ら[2]のモデル2で述べたように放流個体数Nに対して各調査でn_iが目視される確率P_iは，$p_i=\alpha e^{-Mt_i}$とすると，2項分布を用いて以下のように与えられる。ここで，M：自然死亡係数（1日当たり），t_i：i回目の目視調査の放流後の経過日数，α：目視カバー率とする。

$$P_i=\frac{N!}{n_i!\ (N-n_i)!}\ p_i^{n_i}(1-p_i)^{N-n_i}$$

このモデルを生残率Sを用いて表す。日間の生残率をSとすると，t日後の生息個体数は$N_t=NS^t$，t日後の目視個体数は$n_t=\alpha N_t=\alpha S^t N$となる。

P_iは

$$P_i=\frac{N!}{n_i!\,(N-n_i)!}\ (\alpha S^{t_i})^{n_i}(1-\alpha S^{t_i})^{N-n_i}$$

となる。

尤度は各調査の確率P_iの積なので，尤度関数Lは

$$L=\frac{(N!)^k}{\prod_{i=1}^{k} n_i!\ \prod_{i=1}^{k}(N-n_i)!}\prod_{i=1}^{k}(\alpha S^{t_i})^{n_i}\prod_{i=1}^{k}(1-\alpha S^{t_i})^{N-n_i}$$

となる。ここでk:調査回数である。

これを変形する。

$$L=\frac{(N!)^k}{\Pi(N-n_i)!(\Sigma n_i)!}\ \Pi(1-\alpha S^{t_i})^{N-n_i}\Pi(\Sigma\alpha S^{t_i})^{n_i}\times\frac{(\Sigma n_i)!}{\Pi n_i!}\Pi\frac{(\alpha S^{t_i})^{n_i}}{(\Sigma\alpha S^{t_i})^{n_i}}$$

ここで

$$L_1=\frac{(N!)^k}{\Pi(N-n_i)!(\Sigma n_i)!}\ \Pi(1-\alpha S^{t_i})^{N-n_i}\Pi(\Sigma\alpha S^{t_i})^{n_i}$$

静岡県水産試験場伊豆分場研究報告第111号
本研究の概要については平成9年度日本水産学会春季大会で発表した。
*　静岡県水産試験場伊豆分場

$$L_2=\frac{(\Sigma n_i)!}{\Pi n_i!}\ \Pi\ \frac{(\alpha S^{t_i})^{n_i}}{(\Sigma\,\alpha S^{t_i})^{n_i}}$$

とする。よって，$L(\alpha, S)=L_1(\alpha, S)\times L_2(S)$ となる。L_1は残差尤度，L_2は部分尤度である[5)]。

ここで，

$$L_1(\alpha, S)=L_1(\Phi(\alpha, S))$$

$$\Phi(\alpha, S)=\alpha S^{t_i}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha}=S^{t_i}\neq 0$$

なので，部分尤度を用いた推定は有効である[5)]。

推定すべきパラメータはα，Sであり，まずL_2を最大化するSを求め，次にこの値を用いてL_1からαを推定する[5)]。L_2からSを求めるために，L_2の自然対数をSで偏微分して，0とおく。

$$\frac{\partial\log L_2}{\partial S}=\frac{\Sigma t_i\cdot n_i}{S}-\frac{\Sigma t_i\cdot S^{t_i-1}}{\Sigma S^{t_i}}\Sigma n_i=0$$

より，

$$\frac{\Sigma t_i\cdot n_i}{\Sigma n_i}=\frac{\Sigma t_i\cdot S^{t_i}}{\Sigma S^{t_i}}\quad\text{——— ①}$$

次にL_1からαを求めるために，L_1の自然対数をαで偏微分して，0とおく。

$$\frac{\partial\log L_1}{\partial\alpha}=\Sigma\frac{n_i-N\alpha S^{t_i}}{\alpha(1-\alpha S^{t_i})}=0\quad\text{——— ②}$$

①式から目視個体数の系列n_iよりSを求め，②式に代入しαを求める。この計算は付録で示したように，ゴールシーク機能のある表計算ソフトを使えば簡単である。

適用と考察

北田[3)]が行なったシマアジの事例にあわせ，N＝20,000，M＝0.02/日（S＝0.980199/日），α＝0.8，ϕ＝600，k＝30として，目視データを$n_i=\alpha N_t+U\sqrt{\alpha N_t(1-\alpha)\phi}$で100系列生成した。ここでUは正規乱数である。それぞれの系列からパラメータを推定することを繰り返し，点推定値の平均と標準偏差を求め，第1表に示した。M，S及びαの点推定値の真の値への近さからみて，推定法として問題はないと判断した。

北田[3)]は統計モデルをシミュレーションで評価し，加重最小2乗法に対応する最尤推定法（筆者ら[2)]のモデル2）が最も適当としている。また，対数線形モデルは重みを修正すればdispersionパラメータϕも正しく推定できるので，計算が簡単で実用的であるとしている。今回の方法は点推定値が真の値に近く，また計算も簡単に行なうことができるので，データの全体像を把握する上で実用的であると言えよう。なお，この時の推定値の誤差は，Fisher情報量行列から分散共分散行列を求め算出することができる[6)]。

第1表　人工的な目視データ（100系列）に対する部分尤度を用いた最尤推定法による点推定値の平均と標準偏差

	点推定値の平均（標準偏差）	真の値
M	0.020239	0.02
	(0.001994)	
S	0.979967	0.980199
	(0.001954)	
α	0.802219	0.8
	(0.025909)	

M：自然死亡係数（1日当たり），S：生残率（1日当たり）
α：目視カバー率

文　　献

1）北田修一（1992）：目視による飼付けシマアジ滞留尾数の推定，栽培漁業技術開発研究，21（1），37～39.

2）長谷川雅俊・高木康次・岡本一利（1997）：放流群の目視データの解析法，栽培漁業技術開発研究，25（2），101～103.

3）北田修一（1997）：目視による放流群の死亡係数推定における統計モデルの検討，日本水産学会誌，63（5），681～685.

4）Akamine,T（1996）：Estimation of Motality Rates by the Discrete Fishing Equations，Fisheries Science，62（3），494～495.

5）平松一彦・赤嶺達郎・北田修一（1995）：標識再捕による死亡係数の推定および遺伝標識による混合群の混合比の推定における部分尤度の有効性（短報），日本水産学会誌，61（3），387～388.

6）平松一彦（1992）：最尤法による水産資源の統計学的研究ーパラメータ推定とモデル選択ー，遠洋水産研究所研究報告，29，57～114.

付録　表計算ソフトのゴールシーク機能を利用した推定の実際

ゴールシーク

1step(D16を0にするようにD11を変える)	
数式入力セル	D16
目標値	0
変化させるセル	D11

2step(G9を0にするようにG14を変える)	
数式入力セル	G9
目標値	0
変化させるセル	G14

以下、Microsoft Excelのワークシートを示す。

	A	B	C	D	E	F	G
1	放流後日数	目視個体数					
2	t_i	n_i	$t_i * n_i$	S^{t_i}	$t_i * S^{t_i}$		$(n_i - N_0 \alpha S^{t_i})/(\alpha(1-\alpha S^{t_i}))$
3	1	121	121	0.970479	0.97048		4.6285915
4	4	データ入力	"=B*A"	"=D11^A	"=D*A"		"=(B-放流個体数*G14*D)/
5	8	99	792	0.786845	6.29476		"(G14*(1-G14*D))
6	16	68	1088	0.619125	9.90599		-27.5893706
7	24	65	1560	0.487155	11.69172		14.6926493
8		Σn_i	$\Sigma(t_i * n_i)$	ΣS^{t_i}	$\Sigma(t_i * S^{t_i})$		$\Sigma\{(n_i - N_0 \alpha S^{t_i})/(\alpha(1-\alpha S^{t_i}))\}$
9		353	3561	2.863603	28.86295		-12.8967213
10				S(生残率)			
11				0.970478975			
12			$\Sigma(t_i * n_i)/\Sigma n_i$		$\Sigma(t_i * S^{t_i})/\Sigma S^{t_i}$		
13			"=C9/B9"		"=E9/D9"		α(目視カバー率)
14				$\Sigma(t_i * n_i)/\Sigma n_i -$			0.411672344
15				$\Sigma(t_i * S^{t_i})/\Sigma S^{t_i}$			
16				"=C13-E13"			