供給複占と数量調整

誌名	九州大学大学院農学研究院学芸雑誌
ISSN	13470159
著者名	入江,雅仁 藤本,浩明 鈴木,宣弘 前田,幸嗣
発行元	九州大学大学院農学研究院
巻/号	61巻1号
掲載ページ	p. 123-132
発行年月	2006年2月

農林水産省 農林水産技術会議事務局筑波産学連携支援センター
Tsukuba Business-Academia Cooperation Support Center, Agriculture, Forestry and Fisheries Research Council Secretariat

九大農学芸誌（Sci. Bull. Fac. Agr., Kyushu Univ.）
第 61 巻　第 1 号　123-132　（2006）

供給複占と数量調整

入　江　雅　仁[1*]・藤　本　浩　明[2]
鈴　木　宣　弘　・前　田　幸　嗣
九州大学大学院農学研究院農業資源経済学部門農業関連産業組織学講座農業計算学研究室
（2005年10月28日受付，2005年11月16日受理）

Dynamic Duopoly with Quantitative Adjustment

Masahito IRIE[1*], Hiroaki FUJIMOTO[2], Nobuhiro SUZUKI
and Koshi MAEDA
Laboratory of Quantitative Analysis of Agribusiness Organization,
Division of Industrial Organization of Agribusiness,
Department of Agricultural and Resource Economics,
Faculty of Agriculture, Kyushu University,
Fukuoka 812-8581, Japan

は じ め に

本稿では，供給者間の相互依存関係を明示的に組み込んだ複占市場の動学モデルを提示し，この動学モデルの均衡解を導出するとともに，その均衡解の極限状態が，完全競争解，共謀（独占）解，および，クールノー解となる事を示し，この動学モデルが，静学モデルを統一的に説明できる推測的変動モデルを別の角度から分析したモデルである可能性を考察する．

複占市場の問題を明確な形で分析したクールノーは，各複占供給者が供給量についての決定を行うにあたって，競争相手の供給量は変化しないというもっとも単純な供給者間の相互依存関係を導入した上で，複占市場における均衡がどのように達成されるのかを研究した．その後，Bowley（1924）によって明示的に取り入れられ，Hicks（1935）が，Frisch（1933）の推測的係数（Conjectural coeffecient）に由来して名付けた推測的変動（Conjectural variation）という概念を使うことによって，静学の複占モデル（完全競争モデル，独占あるいは共謀モデル，クールノーモデルなど）が整理された．また，岩田（1974）や鈴木（1991，1994）らは，静学の推測的変動モデルに基づいた実証モデルを使って，寡占（複占）市場を実証的に分析した．

一方で，Simaan and Takayama（1978）が，価格の運動方程式に基づいて，明示的に定式化し，Fershtman and Kamien（1987）や Fujimoto and Park（2003）が進展させた微分ゲームモデルによって，動学的な複占市場の問題が研究された．これらの研究によって，動学の均衡解である開ループ均衡解と閉ループ均衡解がクールノー均衡解と完全競争均衡解の凸結合で表されることが明らかにされた．しかしながら，これらの研究では，推測的変動を明示的な形でモデルに導入していないため，動学の均衡解と推測的変動均衡解の関係が分析されずにいた．そ

[1] 九州大学大学院生物資源環境科学府農業資源経済学専攻農業関連産業組織学講座農業計算学研究室
[2] 福岡大学経済学部
[1] Laboratory of Quantitative Analysis of Agribusiness Organization, Division of Industrial Organization of Agribusiness, Department of Agricultural and Resource Economics, Graduate School of Bioresource and Bioenviromental Sciences, Kyushu University
[2] Faculty of Economics, Fukuoka University
[*] Corresponding author（E-mail: masajin@agr.kyushu-u.ac.jp）

こで，入江ら（2004）は，藤本（1997）が微分ゲームモデルで定義した推測変量パラメータを応用し，推測的変動が明示的に導入された微分ゲームモデルを構築し，動学の均衡解を求めるとともに，推測的変動，割引率，供給者の数，および，需要者の期待などのパラメータがその均衡解に及ぼす影響を分析した．さらに，入江ら（2005）は，推測的変動だけでなく相互反応項（Interaction term）も考慮した微分ゲームモデルで寡占市場を考察し，相互反応項の相違によって，動学の均衡解に違いが生じることを明らかにした．

このような一連の研究によって，動学的な複占市場の問題に取り組めるようになったのだが，ある一定期間における推測的変動を一定と仮定しているため，相手の行動に対する推測の変更を追求できないという問題が残されている．そこで，本稿では，この問題を研究するための第一歩として，クールノーに由来する動学モデルを構築するとともに，その動学モデルの均衡解と静学モデルの均衡解との関係を示し，従来の推測的変動モデルとは異なる本稿の動学モデルでは，競争相手の調整係数が均衡解に影響を及ぼす重要な要因であることを明らかにする．なお，当該供給者の行動が競争相手の行動を変化させ，さらにその変化が，市場を通じて，当該供給者の利潤機会に影響を与えるような状況で，当該供給者が自分の行動を決定するモデルを構築するために，複占市場における逆需要関数を仮定するとともに，競争相手の供給量が数量調整に基づいて決定されるような状態方程式を仮定する．

分 析 モ デ ル

同質な財を生産する二人の供給者が同時にその財を市場へ供給していると仮定する．この複占市場で，当該供給者が時間 t に制御する供給量を $u(t)$ で表し，この供給者の費用関数を

$$c(u(t)) = \sigma u(t) + \frac{\tau}{2}\{u(t)\}^2 \tag{1}$$

と仮定する．ただし，パラメータ σ は実数で，もう一つのパラメータ τ は正である．

また，時間 t における競争相手の供給量を $x(t)$ とし，任意の時間 t において，市場は清算している（需要＝供給）と仮定する．このとき，各供給者が時間 t に直面する価格 $p(t)$ は，以下の逆需要関数によって決定されると仮定する：

$$p(t) = \alpha - \beta\{u(t) + x(t)\}. \tag{2}$$

ただし，正のパラメータ $\alpha(>\sigma)$ および β は，それぞれ，逆需要関数の切片および傾きを表している．

さらに，供給量を，当該供給者の供給量よりも多くあるいは少なく，調整することで，一時的な利益をあげられると考える競争相手は，数量調整に基づいて，供給量を同時に決定していると仮定する：

$$\dot{x}(t) = \eta\{u(t) - x(t)\}, \tag{3}$$

$$x(0) = x_0. \tag{4}$$

ただし，$\dot{x}(t) \equiv \dfrac{dx(t)}{dt}$ は時間 t における競争相手の供給量の時間変化率であり，x_0 は競争相手の供給量の初期値である．なお，本稿ではパラメータ η を競争相手の調整係数と呼ぶ．この競争相手の調整係数 η が正（$\eta>0$）ならば，当該供給者の供給量が競争相手の供給量を上回っている（$u(t)>x(t)$）場合に，競争相手は供給量を増加させ，逆に，競争相手の供給量が当該供給者の供給量を上回っている（$x(t)>u(t)$）場合に，競争相手は供給量を減少させる．一方，競争相手の調整係数 η が負（$\eta<0$）ならば，競争相手の供給量が当該供給者の供給量を上回っている（$x(t)>u(t)$）場合に，競争相手は供給量を増加させ，逆に，当該供給者の供給量が競争相手の供給量を上回っている（$u(t)>x(t)$）場合に，競争相手は供給量を減少させる．

以上の仮定に加えて，当該供給者は，競争相手の意思決定に直接的な影響を及ぼすことができないので，競争相手の供給量を観測しながら，割り引かれた利潤を独立に最大化し続けると仮定する．この場合，当該供給者の利潤汎関数 J は，

$$J = \int_0^{\infty} [p(t)u(t) - \sigma u(t) - \frac{\tau}{2}\{u(t)\}^2] e^{-\rho t} dt$$

となる．ただし，$\rho(\geq 0)$ は非負の割引率パラメータであり，$e(\approx 2.71828)$ は自然対数の底である．このとき，(2)式より，当該供給者の利潤最大化問題は，(3)式の下で，

$$J=\int_0^{\infty}\left[[\alpha-\beta\{u(t)+x(t)\}]u(t)-\sigma u(t)-\frac{\tau}{2}\{u(t)\}^2\right]e^{-\rho t}dt \tag{5}$$

を最大にする問題となる．

分析モデルの定常解

初めに，共状態変数 $y(t)$ を用いて，以下のような増大ハミルトニアン H を定義する：

$$H\equiv[\alpha-\beta\{u(t)+x(t)\}]u(t)-\sigma u(t)-\frac{\tau}{2}\{u(t)\}^2+y(t)\eta\{u(t)-x(t)\}. \tag{6}$$

次に共状態変数の時間変化率を $\dot{y}(t)\equiv\dfrac{dy(t)}{dt}$ で定義すると，最大化原理の必要条件は，(3)式，

$$\frac{\partial H}{\partial u}=-\beta u(t)+\alpha-\beta\{u(t)+x(t)\}-\sigma-\tau u(t)+\eta y(t)=0, \tag{7}$$

$$-\frac{\partial H}{\partial x}=-\{-\beta u(t)-\eta y(t)\}=\dot{y}(t)-\rho y(t), \tag{8}$$

および，

$$\lim_{T\to\infty}y(T)e^{-\rho T}=0 \tag{9}$$

となる．したがって，最適制御は，(7)式より，

$$u(t)=-\frac{\beta}{2\beta+\tau}x(t)+\frac{\eta}{2\beta+\tau}y(t)+\frac{\alpha-\sigma}{2\beta+\tau} \tag{10}$$

を満たしている．この(10)式を(3)式および(8)式に代入することで，非同次正準方程式体系

$$\begin{bmatrix}\dot{x}(t)\\ \dot{y}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-(\dfrac{\beta\eta}{2\beta+\tau}+\eta) & \dfrac{\eta^2}{2\beta+\tau}\\ -\dfrac{\beta^2}{2\beta+\tau} & \rho+\dfrac{\beta\eta}{2\beta+\tau}+\eta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t)\\ y(t)\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-\dfrac{(\alpha-\sigma)\eta}{2\beta+\tau}\\ -\dfrac{(\alpha-\sigma)\beta}{2\beta+\tau}\end{bmatrix} \tag{11}$$

を得る．ここで，ベクトル

$$\boldsymbol{x}(t)\equiv\begin{bmatrix}x(t)\\ y(t)\end{bmatrix},$$

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)\equiv\frac{d\boldsymbol{x}(t)}{dt}\equiv\begin{bmatrix}\dot{x}(t)\\ \dot{y}(t)\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{b}\equiv\begin{bmatrix}-\dfrac{(\alpha-\sigma)\eta}{2\beta+\tau}\\ -\dfrac{(\alpha-\sigma)\beta}{2\beta+\tau}\end{bmatrix},$$

および，行列

$$\boldsymbol{A}\equiv\begin{bmatrix}-(\dfrac{\beta\eta}{2\beta+\tau}+\eta) & \dfrac{\eta^2}{2\beta+\tau}\\ -\dfrac{\beta^2}{2\beta+\tau} & \rho+\dfrac{\beta\eta}{2\beta+\tau}+\eta\end{bmatrix} \tag{12}$$

を定義すると，(11)式は，

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)-\boldsymbol{b} \tag{13}$$

と表される．(11)式あるいは(13)式から，次の定理を得る．

定理１ (3)式の下で，(5)式を最大にする問題の異時間的均衡状態は，もしそれが存在するとしたならば，

$$\vec{x}=\frac{\rho(3\beta+\tau)x^{CN}+\eta(4\beta+\tau)x^{CL}}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)}, \tag{14}$$

$$\vec{u}=\frac{\rho(3\beta+\tau)u^{CN}+\eta(4\beta+\tau)u^{CL}}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)}, \tag{15}$$

および，

$$\vec{p}=\frac{\rho(3\beta+\tau)p^{CN}+\eta(4\beta+\tau)p^{CL}}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)} \tag{16}$$

である．

□証明：異時間的均衡状態を求めるために，(11)式および(13)式において，$\dot{\underline{\boldsymbol{x}}}(t)=\begin{bmatrix}\dot{x}(t) & \dot{y}(t)\end{bmatrix}\equiv\underline{\mathbf{0}}$とおく．ただし，記号 $\underline{\quad}$ は，行列またはベクトルの転置を表している．ここで，均衡点を$\underline{\vec{\boldsymbol{x}}}\equiv\begin{bmatrix}\vec{x} & \vec{y}\end{bmatrix}$とすると，

$$\mathbf{0}=\boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{b} \tag{17}$$

が成立する．この(17)式にクラメールの公式を適用すると，競争相手の異時間的均衡供給量$\vec{x}$および共状態変数の異時間的均衡状態$\vec{y}$が計算できる．そこで，行列式を記号｜ ｜で表し，(17)式の係数行列，すなわち，(12)式の行列式を計算すると，

$$|A|=\begin{vmatrix}-(\frac{\beta\eta}{2\beta+\tau}+\eta) & \frac{\eta^2}{2\beta+\tau}\\ -\frac{\beta^2}{2\beta+\tau} & \rho+\frac{\beta\eta}{2\beta+\tau}+\eta\end{vmatrix}$$

$$=(-1)\frac{\eta}{2\beta+\tau}\frac{1}{2\beta+\tau}\begin{vmatrix}\beta+2\beta+\tau & \eta\\ \beta^2 & \rho(2\beta+\tau)+\beta\eta+\eta(2\beta+\tau)\end{vmatrix}$$

$$=-\frac{\eta}{(2\beta+\tau)^2}[\rho(3\beta+\tau)(2\beta+\tau)+\eta\{(3\beta+\tau)^2-\beta^2\}]$$

$$=-\frac{\eta}{2\beta+\tau}\{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)\}$$

となる．したがって，競争相手の異時間的均衡供給量$\vec{x}$は，

$$\vec{x}=\frac{1}{|A|}\begin{vmatrix}-\frac{(\alpha-\sigma)\eta}{2\beta+\tau} & \frac{\eta^2}{2\beta+\tau}\\ -\frac{(\alpha-\sigma)\beta}{2\beta+\tau} & \rho+\frac{\beta\eta}{2\beta+\tau}+\eta\end{vmatrix}$$

$$=\frac{1}{|A|}(-1)\frac{\eta}{2\beta+\tau}\frac{1}{2\beta+\tau}\begin{vmatrix}\alpha-\sigma & \eta\\ (\alpha-\sigma)\beta & \rho(2\beta+\tau)+\beta\eta+\eta(2\beta+\tau)\end{vmatrix}$$

$$=-\frac{\frac{\eta}{(2\beta+\tau)^2}}{|A|}(\alpha-\sigma)\{\rho(2\beta+\tau)+\eta(3\beta+\tau)-\beta\eta\}$$

$$=\frac{-\frac{\eta}{2\beta+\tau}(\rho+\eta)(\alpha-\sigma)}{-\frac{\eta}{2\beta+\tau}\{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)\}}$$

$$= \frac{\rho(\alpha-\sigma)+\eta(\alpha-\sigma)}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)} \tag{18}$$

で与えられ，静学解(34)式および(39)式を考慮すると，(14)式が得られる．また，共状態変数の異時間的均衡状態$\vec{y}$は，

$$\vec{y} = \frac{1}{|A|}\begin{vmatrix} -\left(\frac{\beta\eta}{2\beta+\tau}+\eta\right) & -\frac{(\alpha-\sigma)\eta}{2\beta+\tau} \\ -\frac{\beta^2}{2\beta+\tau} & -\frac{(\alpha-\sigma)\beta}{2\beta+\tau} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{|A|}\left(-\frac{\eta}{2\beta+\tau}\right)\left(-\frac{\beta}{2\beta+\tau}\right)\begin{vmatrix} \beta+2\beta+\tau & \alpha-\sigma \\ \beta & \alpha-\sigma \end{vmatrix}$$

$$= -\frac{\frac{\eta}{(2\beta+\tau)^2}}{|A|}\beta(\alpha-\sigma)(3\beta+\tau-\beta)$$

$$= \frac{-\frac{\eta}{2\beta+\tau}\beta(\alpha-\sigma)}{-\frac{\eta}{2\beta+\tau}\{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)\}}$$

$$= -\frac{\beta(\alpha-\sigma)}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)} \tag{19}$$

となる．次に，(18)式および(19)式を(10)式に代入すると，当該供給者の異時間的均衡供給量$\vec{u}$は，

$$\vec{u} = -\frac{\beta}{2\beta+\tau}\vec{x}+\frac{\eta}{2\beta+\tau}\vec{y}+\frac{\alpha-\sigma}{2\beta+\tau}$$

$$= -\frac{\beta}{2\beta+\tau}\ \frac{(\rho+\eta)(\alpha-\sigma)}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)}+\frac{\eta}{2\beta+\tau}\left\{-\frac{\beta(\alpha-\sigma)}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)}\right\}+\frac{\alpha-\sigma}{2\beta+\tau}$$

$$= \frac{-\beta(\rho+\eta)-\beta\eta+\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)}\ \frac{\alpha-\sigma}{2\beta+\tau}$$

$$= \frac{\rho(\alpha-\sigma)+\eta(\alpha-\sigma)}{\rho(3\beta+\tau)\eta(4\beta+\tau)} \tag{20}$$

で与えられる．ここで，静学解(35)式および(40)式を考慮すると，(15)式が得られる．最後に，$\vec{x}=\vec{u}$が成立する事を考慮して，(18)式あるいは(20)式を(2)式に代入すると，異時間的均衡価格$\vec{p}$は，

$$\vec{p} = \alpha-\beta(\vec{u}+\vec{x})$$

$$= \alpha-2\beta\,\frac{\rho(\alpha-\sigma)+\eta(\alpha-\sigma)}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)}$$

$$= \frac{\alpha\{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)\}-2\beta\{\rho(\alpha-\sigma)+\eta(\alpha-\sigma)\}}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)}$$

$$= \frac{\rho(\alpha\beta+\alpha\tau+2\beta\sigma)+\eta(2\alpha\beta+\alpha\tau+2\beta\sigma)}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)} \tag{21}$$

となり，静学解(36)式および(41)式から(16)式が得られる．■証了

この定理1は，異時間的均衡状態に影響を及ぼす要因が競争相手の調整係数と割引率であることを表していると同時に，競争相手の調整係数が正の場合には，異時間的均衡状態が静学のクールノー解と共謀解を結んだ直線の内分点となること，一方，競争相手の調整係数が負の場合には，静学のクールノー解と共謀解を結んだ直線の外分点となることを示している．

系 1　異時間的均衡状態(14)式，(15)式，および，(16)式は，以下のような極限に収束する．

□証明：異時間的均衡状態(14)式，(15)式，および，(16)式に極限操作を施すと，それぞれ，

$$\lim_{\eta\to\infty}\vec{x}=\lim_{\eta\to\infty}\frac{\frac{\rho}{\eta}(3\beta+\tau)x^{CN}+(4\beta+\tau)x^{CL}}{\frac{\rho}{\eta}(3\beta+\tau)+(4\beta+\tau)}=\frac{(4\beta+\tau)x^{CL}}{(4\beta+\tau)}=x^{CL};$$

$$\lim_{\eta\to\infty}\vec{u}=\lim_{\eta\to\infty}\frac{\frac{\rho}{\eta}(3\beta+\tau)u^{CN}+(4\beta+\tau)u^{CL}}{\frac{\rho}{\eta}(3\beta+\tau)+(4\beta+\tau)}=\frac{(4\beta+\tau)u^{CL}}{(4\beta+\tau)}=u^{CL}; \tag{22}$$

$$\lim_{\eta\to\infty}\vec{p}=\lim_{\eta\to\infty}\frac{\frac{\rho}{\eta}(3\beta+\tau)p^{CN}+(4\beta+\tau)p^{CL}}{\frac{\rho}{\eta}(3\beta+\tau)+(4\beta+\tau)}=\frac{(4\beta+\tau)p^{CL}}{(4\beta+\tau)}=p^{CL},$$

$$\lim_{\rho\to 0}\vec{x}=\lim_{\rho\to 0}\frac{\rho(3\beta+\tau)x^{CN}+\eta(4\beta+\tau)x^{CL}}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)}=\frac{\eta(4\beta+\tau)x^{CL}}{\eta(4\beta+\tau)}=x^{CL};$$

$$\lim_{\rho\to 0}\vec{u}=\lim_{\rho\to 0}\frac{\rho(3\beta+\tau)u^{CN}+\eta(4\beta+\tau)u^{CL}}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)}=\frac{\eta(4\beta+\tau)u^{CL}}{\eta(4\beta+\tau)}=u^{CL}; \tag{23}$$

$$\lim_{\rho\to 0}\vec{p}=\lim_{\rho\to 0}\frac{\rho(3\beta+\tau)p^{CN}+\eta(4\beta+\tau)p^{CL}}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)}=\frac{\eta(4\beta+\tau)p^{CL}}{\eta(4\beta+\tau)}=p^{CL},$$

$$\lim_{\eta\to 0}\vec{x}=\lim_{\eta\to 0}\frac{\rho(3\beta+\tau)x^{CN}+\eta(4\beta+\tau)x^{CL}}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)}=\frac{\rho(3\beta+\tau)x^{CN}}{\rho(3\beta+\tau)}=x^{CN};$$

$$\lim_{\eta\to 0}\vec{u}=\lim_{\eta\to 0}\frac{\rho(3\beta+\tau)u^{CN}+\eta(4\beta+\tau)u^{CL}}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)}=\frac{\rho(3\beta+\tau)u^{CN}}{\rho(3\beta+\tau)}=u^{CN}; \tag{24}$$

$$\lim_{\eta\to 0}\vec{p}=\lim_{\eta\to 0}\frac{\rho(3\beta+\tau)p^{CN}+\eta(4\beta+\tau)p^{CL}}{\rho(3\beta+\tau)+\eta(4\beta+\tau)}=\frac{\rho(3\beta+\tau)p^{CN}}{\rho(3\beta+\tau)}=p^{CN},$$

$$\lim_{\rho\to\infty}\vec{x}=\lim_{\rho\to\infty}\frac{(3\beta+\tau)x^{CN}+\frac{\eta}{\rho}(4\beta+\tau)x^{CL}}{(3\beta+\tau)+\frac{\eta}{\rho}(4\beta+\tau)}=\frac{(3\beta+\tau)x^{CN}}{(3\beta+\tau)}=x^{CN};$$

$$\lim_{\rho\to\infty}\vec{u}=\lim_{\rho\to\infty}\frac{(3\beta+\tau)u^{CN}+\frac{\eta}{\rho}(4\beta+\tau)u^{CL}}{(3\beta+\tau)+\frac{\eta}{\rho}(4\beta+\tau)}=\frac{(3\beta+\tau)u^{CN}}{(3\beta+\tau)}=u^{CN}; \tag{25}$$

$$\lim_{\rho\to\infty}\vec{p}=\lim_{\rho\to\infty}\frac{(3\beta+\tau)p^{CN}+\frac{\eta}{\rho}(4\beta+\tau)p^{CL}}{(3\beta+\tau)+\frac{\eta}{\rho}(4\beta+\tau)}=\frac{(3\beta+\tau)p^{CN}}{(3\beta+\tau)}=p^{CN}$$

となる．また，異時間的均衡状態(18)式，(20)式，および，(21)式に極限操作を施すと，静学解(29)式，(30)式，および，(31)式から，

$$\lim_{\eta\to-\frac{\rho}{2}}\vec{x}=\lim_{\eta\to-\frac{\rho}{2}}\frac{\frac{\rho}{\eta}(\alpha-\sigma)+(\alpha-\sigma)}{\frac{\rho}{\eta}(3\beta+\tau)+(4\beta+\tau)}=\frac{\alpha-\sigma}{2\beta+\tau}=x^{CM};$$

$$\lim_{\eta \to -\frac{\rho}{2}} \vec{u} = \lim_{\eta \to -\frac{\rho}{2}} \frac{\frac{\rho}{\eta}(\alpha-\sigma)+(\alpha-\sigma)}{\frac{\rho}{\eta}(3\beta+\tau)+(4\beta+\tau)} = \frac{\alpha-\sigma}{2\beta+\tau} = u^{CM}; \tag{26}$$

$$\lim_{\eta \to -\frac{\rho}{2}} \vec{p} = \lim_{\eta \to -\frac{\rho}{2}} \frac{\frac{\rho}{\eta}(\alpha\beta+\alpha\tau+2\beta\sigma)+(2\alpha\beta+\alpha\tau+2\beta\sigma)}{\frac{\rho}{\eta}(3\beta+\tau)+(4\beta+\tau)} = \frac{\alpha\tau-2\beta\sigma}{2\beta+\tau} = p^{CM}$$

となる．■証了

この系１の(22)式および(23)式から，競争相手が調整を強めるような状況，または，現在の利潤と将来の利潤を同程度に評価するような状況では，異時間的均衡状態が共謀解に一致することがわかる．また，この系１の(24)式および(25)式から，競争相手の供給量は変化しないというクールノーの仮定が成立するときや将来の利潤を重視するようなときには，異時間的均衡状態がクールノー解に近づくことがわかる．さらに，(26)式から，競争相手の調整係数が $-\frac{\rho}{2}$ に近づくならば，その動学モデルの均衡解が静学の完全競争均衡解に一致することがわかる．

お わ り に

本稿では，クールノーの複占市場に注目し，当該供給者の供給量が競争相手の供給量を変化させ，さらにその変化が，市場を通じて，当該供給者の利潤機会に影響を与えるような動学モデルの均衡解を研究した．その際，複占市場における供給者間の相互依存関係を明示的に組み込むために，静学の逆需要関数に加えて，競争相手の供給量が数量調整に基づいて決定されるような状態方程式を導入した．

この理論的な研究によって，

1．競争相手の調整係数と割引率が動学モデルの均衡解に影響を及ぼしていること，
2．もし，競争相手の調整係数が正ならば，その動学モデルの均衡解が静学のクールノー解と共謀解を結んだ直線の内分点となること，
3．逆に，競争相手の調整係数が負ならば，その動学モデルの均衡解が静学のクールノー解と共謀解を結んだ直線の外分点となること，
4．また，もし，競争相手が調整を強めるならば，その動学モデルの均衡解が共謀解に一致すること，
5．一方，もし，競争相手の調整係数が $-\frac{\rho}{2}$ に近づくならば，その動学モデルの均衡解が静学の完全競争均衡解に一致すること
6．さらに，もし，競争相手が相互依存関係とは無関係に供給量を調整する場合，その動学モデルの均衡解が静学のクールノー解に一致すること，

などが明らかにされた．これらの結果は，静学のさまざまな均衡解が，本稿で導入した競争相手の調整係数によって，整理されることを示唆している．したがって，本稿で提示した動学モデルは，複占市場の推測的変動モデルを新たな観点から展開したモデルと言えるかもしれない．

最後に，今後の課題に触れておく．まず，本稿のモデルを利用した複占市場の本格的な動学分析が今後の研究課題として挙げられる．特に，各変数の時間経路を求めることで，例えば，均衡の安定性に関する分析や均衡に到達するまでの調整過程の分析などが進展するものと期待される．また，フィードバック制御あるいは閉ループ制御を見出すことができれば，実際の状態に応じた制御が可能となるので，最適な販売計画などを検討するための実践的なモデルとして役立つことが期待される．

次に，本稿のモデルに基づいて，実際の農産物市場を実証的に研究することも重要な課題として挙げられる．なぜならば，本稿で提示したモデルの妥当性を実際のデータから検証した上で，本稿のモデルを政策シミュレーションなどに応用すれば，具体的な政策の立案に役立つことが期待されるからである．

最後に，農産物市場をより実践的に分析するという観点から，より精密なモデルの研究が必要である．例えば，本稿では，供給者間の相互依存関係に注目し，数量調整を仮定したけれども，価格やその他の要因が供給者間の相互依存関係に影響を及ぼしている可能性もあるので，相互依存関係のさらなる研究，需要者と供給者の垂直的関係

に関する研究，および，複占市場から寡占市場へとモデルを拡張することなどが必要であろう．

付　　　　録

この付録では，本文中の動学モデルに関係する静学モデルを考察する．

初めに，各供給者が価格を所与として行動する場合の静学モデル，すなわち，完全競争モデルを考察する．さて，当該供給者の利潤を π_i，競争相手の利潤を π_j とすると，各供給者の利潤最大化問題は，

$$\begin{aligned} &\max_u \ \pi_i = pu-\sigma u-\frac{\tau}{2}u^2 \\ &\max_x \ \pi_j = px-\sigma x-\frac{\tau}{2}x^2 \end{aligned} \tag{27}$$

と書ける．このとき，(27)式についての1階の条件は，

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \pi_i}{\partial u} = p-\sigma-\tau u = 0 \\ &\frac{\partial \pi_j}{\partial x} = p-\sigma-\tau x = 0 \end{aligned} \tag{28}$$

で与えられる．この(28)式と(2)式から，以下の連立方程式体系を得る：

$$\begin{bmatrix} \beta & \beta+\tau \\ \beta+\tau & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha-\sigma \\ \alpha-\sigma \end{bmatrix}.$$

ここで，クラメールの公式を適用するのに必要な行列式を計算すると，

$$\begin{vmatrix} \beta & \beta+\tau \\ \beta+\tau & \beta \end{vmatrix} = (\beta+\beta+\tau)(\beta-\beta-\tau),$$

$$\begin{vmatrix} \alpha-\sigma & \beta+\tau \\ \alpha-\sigma & \beta \end{vmatrix} = (\alpha-\sigma)(\beta-\beta-\tau),$$

$$\begin{vmatrix} \beta & \alpha-\sigma \\ \beta+\tau & \alpha-\sigma \end{vmatrix} = (\alpha-\sigma)(\beta-\beta-\tau)$$

となる．したがって，完全競争均衡解は，

$$x^{CM} = \frac{(\alpha-\sigma)(\beta-\beta-\tau)}{(\beta+\beta+\tau)(\beta-\beta-\tau)} = \frac{\alpha-\sigma}{2\beta+\tau}, \tag{29}$$

$$u^{CM} = \frac{(\alpha-\sigma)(\beta-\beta-\tau)}{(\beta+\beta+\tau)(\beta-\beta-\tau)} = \frac{\alpha-\sigma}{2\beta+\tau} \tag{30}$$

となる．また，(29)式と(30)式を(2)式に代入すると，完全競争均衡価格 p^{CM} は，

$$p^{CM} = \frac{\alpha(2\beta+\tau)-2\beta(\alpha-\sigma)}{2\beta+\tau} = \frac{\alpha\tau+2\beta\sigma}{2\beta+\tau} \tag{31}$$

となる．

次に，クールノーモデルを考察する．この場合，各供給者の利潤最大化問題は，

$$\begin{aligned} &\max_u \ \pi_i = \{\alpha-\beta(u+x)\}u-\sigma u-\frac{\tau}{2}u^2 \\ &\max_x \ \pi_j = \{\alpha-\beta(u+x)\}x-\sigma x-\frac{\tau}{2}x^2 \end{aligned} \tag{32}$$

と書ける．このとき，(32)式についての1階の条件は，

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \pi_i}{\partial u} = -\beta u+\alpha-\beta(u+x)-\sigma-\tau u = 0 \\ &\frac{\partial \pi_j}{\partial x} = -\beta x+\alpha-\beta(u+x)-\sigma-\tau x = 0 \end{aligned} \tag{33}$$

で与えられる．この(33)式から，以下の連立方程式体系を得る：

$$\begin{bmatrix} \beta & 2\beta+\tau \\ 2\beta+\tau & \beta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \alpha-\sigma \\ \alpha-\sigma \end{bmatrix}.$$

ここで，クラメールの公式を適用するのに必要な行列式を計算すると，

$$\begin{vmatrix} \beta & 2\beta+\tau \\ 2\beta+\tau & \beta \end{vmatrix}=(\beta+2\beta+\tau)(\beta-2\beta-\tau),$$

$$\begin{vmatrix} \alpha-\sigma & \beta+\tau \\ \alpha-\sigma & \beta \end{vmatrix}=(\alpha-\sigma)(\beta-2\beta-\tau),$$

$$\begin{vmatrix} \beta & \alpha-\sigma \\ 2\beta+\tau & \alpha-\sigma \end{vmatrix}=(\alpha-\sigma)(\beta-2\beta-\tau)$$

となる．したがって，クールノー解は，

$$x^{CN}=\frac{(\alpha-\sigma)(\beta-2\beta-\tau)}{(\beta+2\beta+\tau)(\beta-2\beta-\tau)}=\frac{\alpha-\sigma}{3\beta+\tau}, \tag{34}$$

$$u^{CN}=\frac{(\alpha-\sigma)(\beta-2\beta-\tau)}{(\beta+2\beta+\tau)(\beta-2\beta-\tau)}=\frac{\alpha-\sigma}{3\beta+\tau} \tag{35}$$

となる．また，(34)式と(35)式を(2)式に代入すると，クールノー均衡価格 p^{CN} は，

$$p^{CN}=\frac{\alpha(3\beta+\tau)-2\beta(\alpha-\sigma)}{3\beta+\tau}=\frac{\alpha\beta+\alpha\tau+2\beta\sigma}{3\beta+\tau} \tag{36}$$

となる．

最後に，共謀モデルを考察する．この場合，各供給者の利潤最大化問題は，

$$\begin{aligned}\max_{u,x}\ \pi &= \pi_i+\pi_j \\ &= \{\alpha-\beta(u+x)\}(u+x)-\sigma u-\frac{\tau}{2}u^2-\sigma x-\frac{\tau}{2}x^2\end{aligned} \tag{37}$$

と書ける．このとき，(37)式についての1階の条件は，

$$\begin{aligned}\frac{\partial\pi}{\partial u}&=-\beta(u+x)+\alpha-\beta(u+x)-\sigma-\tau u=0 \\ \frac{\partial\pi}{\partial x}&=-\beta(u+x)+\alpha-\beta(u+x)-\sigma-\tau x=0\end{aligned} \tag{38}$$

で与えられる．この(38)式から，以下の連立方程式体系を得る：

$$\begin{bmatrix} 2\beta & 2\beta+\tau \\ 2\beta+\tau & 2\beta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \alpha-\sigma \\ \alpha-\sigma \end{bmatrix}.$$

ここで，クラメールの公式を適用するのに必要な行列式を計算すると，

$$\begin{vmatrix} 2\beta & 2\beta+\tau \\ 2\beta+\tau & 2\beta \end{vmatrix}=(2\beta+2\beta+\tau)(2\beta-2\beta-\tau),$$

$$\begin{vmatrix} \alpha-\sigma & 2\beta+\tau \\ \alpha-\sigma & 2\beta \end{vmatrix}=(\alpha-\sigma)(2\beta-2\beta-\tau),$$

$$\begin{vmatrix} 2\beta & \alpha-\sigma \\ 2\beta+\tau & \alpha-\sigma \end{vmatrix}=(\alpha-\sigma)(2\beta-2\beta-\tau)$$

となる．したがって，共謀解は，

$$x^{CL}=\frac{(\alpha-\sigma)(2\beta-2\beta-\tau)}{(2\beta+2\beta+\tau)(2\beta-2\beta-\tau)}=\frac{\alpha-\sigma}{4\beta+\tau}, \tag{39}$$

$$u^{CL}=\frac{(\alpha-\sigma)(2\beta-2\beta-\tau)}{(2\beta+2\beta+\tau)(2\beta-2\beta-\tau)}=\frac{\alpha-\sigma}{4\beta+\tau} \tag{40}$$

となる．また，(39)式と(40)式を(2)式に代入すると，共謀均衡価格 p^{CL} は，

$$p^{CL}=\frac{\alpha(4\beta+\tau)-2\beta(\alpha-\sigma)}{4\beta+\tau}=\frac{2\alpha\beta+\alpha\tau+2\beta\sigma}{4\beta+\tau} \tag{41}$$

となる．

文 献

Bowley, A. L. 1924 *The Mathematical Groundwork of Economics.* Oxford University Press, England, pp.36-38

Fershtman, C. and M. Kamien 1987 Dynamic Duopolistic Competiton with Sticky Prices. *Econometrica,* **55**(5) : 1151-1164

Frisch, R. 1933 Monopoly-Polypoly-The Concept of Force in the Economy. *International Economic Papers*, **1** : 23-26

藤本浩明 1997 公共財の自発的貢献の動学モデル：協力の可能性．福岡大学経済学論叢，**41**：289-321

Fujimoto, H. and E. S. Park 2003 Dynamic Duopoly with Sticky Prices. 福岡大学経済学論叢，**47**：717-731

Hicks, J. R. 1935 Annual Survey of Economic Theory: the Theory of Monopoly. *Econometrica*, **3**(1) : 1-20

入江雅仁・鈴木宣弘・前田幸嗣 2004 推測的変動と供給寡占の動学モデル．九州大学大学院農学研究院学芸雑誌，**59**(2)：247-254

入江雅仁・鈴木宣弘・前田幸嗣 2005 寡占的市場の動学分析．九州大学大学院農学研究院学芸雑誌，**60**(2)：287-296

岩田暁一 1974 寡占価格への計量的接近．東洋経済新報社，東京：1-8，22-43，111-128

中山伊知郎訳 1982 A．クールノー：富の理論の数学的原理に関する研究．日本経済評論社，東京

奥野正寛・鈴村興太郎 1988 ミクロ経済学II．岩波書店，東京：173-194

大和瀬達二・上原一男訳 1970 R．フリッシュ・H. v. シュタッケルベルク・J. R. ヒックス：寡占論集．至誠堂，東京：3-22，189-216

鈴木宣弘 1991 推測的変動による不完全競争市場のモデル化と政策変更効果の計測―生乳市場を事例として―．農業経済研究，**63**(1)：11-21

鈴木宣弘 1994 生乳市場の不完全競争の実証分析．農林統計協会，東京：1-64

Simaan, M. and T. Takayama 1978 Game Theory Applied to Dynamic Duopoly Problems with Production Constraints. *Automatica*, **14** : 161-166

Varian, H. R. 1992 *Microeconomic Analysis*, 3rd ed. W. W. Norton, New York, pp.285-308

Summary

In this paper, we present a dynamic duopoly model which extend the Cournot's duopoly model and demonstrate that if the opponent's adjustment coefficient is positive, the intertemporal equilibrium point divide internally a segment that connects a static cournot equilibrium point to a collusive equilibrium point and if the opponent's adjustment coefficient is negative, the intertemporal equilibrium point divide externally a segment that connects a static cournot equilibrium point to a collusive equilibrium point. In addition, we let the parameters influencing the intertemporal equilibrium go to the particular values or infinitly increase and examine the limits of the intertemporal equilibrium point.