

# 魚の体重・体長母平均,体重体長関係式,及び尾数の同時推定法

誌名	栃木県水産試験場研究報告
ISSN	13408585
著者名	手塚,清
発行元	[栃木県水産試験場]
巻/号	40号
掲載ページ	p. 6-9
発行年月	1997年3月

農林水産省 農林水産技術会議事務局筑波産学連携支援センター  
Tsukuba Business-Academia Cooperation Support Center, Agriculture, Forestry and Fisheries Research Council  
Secretariat



# 魚の体重・体長母平均，体重体長関係式， 及び尾数の同時推定法

(1996年12月1日受付)

手塚 清

A simultaneous estimation method of the mean body length and weight of fish,  
relationship formula between length and weight and number of fish

Kiyoshi Tezuka

## Abstract

When we research on the fish population and manage the fish stock, it is important to know the body size, shape and number of fish. I developed the simultaneous estimation method for the following elements by the use of data of body length and weight of each fish:

- 1) the mean body length, weight and their 95% confidence intervals;
- 2) the relationship formula between length and weight;
- 3) the gross fish number.

I also demonstrated a practical example of Ayu fish *plecoglossus altivelis altivelis*.

**キーワード：**母平均、体重体長関係、尾数の推定

水産業において、漁獲した魚、放流する魚、あるいは養殖池より取り上げた魚などの「大きさ」や「体形」、「総尾数」などを知ることは重要である。本報では、現場における簡易なデータ採取から、①体重および体長の母平均および95%信頼範囲、②体重体長関係式、③総重量からの総尾数などの推定を同時にかつ迅速に行う方法および表計算によるプログラム例を示し、放流試験における実用結果について概説する。

## 推定方法

**体重の母平均および95%信頼範囲** 対象とする魚の母集団から  $n$ 尾をサンプリングして、個々の体重  $W_1, W_2, W_3, \dots, W_n$  を測定し、標本平均  $w$  を求めれば、通常は母分散は不明であることから、体重の推定母平均  $\mu$  および  $\mu$  の95%信頼範囲  $\mu_{95}$  は次の式 (1), (2) により与えられる。

$$\mu = w = \frac{W_1 + W_2 + W_3 + \dots + W_n}{n} \quad (1)$$

$$\mu - \frac{t(n-1, 0.05) \cdot \delta}{\sqrt{n}} < \mu_{95} < \mu + \frac{t(n-1, 0.05) \cdot \delta}{\sqrt{n}} \quad (2)$$

但し、 $t(n-1, 0.05)$  は  $t$  分布表の自由度  $n-1$ ，危険率0.05の値であり、標本標準偏差  $\delta$  は次の式 (3) により求まる。

$$\delta = \sqrt{\frac{(w - W_1)^2 + (w - W_2)^2 + (w - W_3)^2 + \dots + (w - W_n)^2}{n-1}} \quad (3)$$

なお、99% または90%信頼範囲を求める場合は、(2) において  $t(n-1, 0.05)$  の代わりに  $t(n-1, 0.01)$  または  $t(n-1, 0.10)$  の値を用いる。

**体長の母平均および95%信頼範囲** 体長についても  $n$ 尾の体長  $L_1, L_2, L_3, \dots, L_n$  を測定し、体重の場合と同じようにして求められる。

**体重体長関係式** 魚の体重を  $W$ ，体長を  $L$  とし、体重体長関係を

$$W = aL^b \quad (\text{但し, } a, b \text{ は定数}) \quad (4)$$

としてあらわした場合, (4) の両辺を自然対数(LN)に変換して

$$\text{LN } W = \text{LN } a + b \text{LN } L \quad (5)$$

と置き換えれば, (5) は

$$Y = A + bX \quad (A = \text{LN } a) \quad (6)$$

となり, Y は A, b を定数とする X の 1 次関数であることがわかる。したがって, 測定値  $W_n$ ,  $L_n$  を自然対数に変換し,

$$W_n \rightarrow \text{LN } W_n = Y_n \quad L_n \rightarrow \text{LN } L_n = X_n \quad (7)$$

として順次 (6) 式に入力すれば, 最小 2 乗法によって定数 A, b は

$$A = y - bX \quad (8)$$

$$b = \frac{(x-X_1)(y-Y_1) + (x-X_2)(y-Y_2) + \dots + (x-X_n)(y-Y_n)}{(x-X_1)^2 + (x-X_2)^2 + \dots + (x-X_n)^2} \quad (9)$$

として求まる。なお, (8), (9) における x, y はそれぞれ

$$x = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}, \quad y = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_n}{n} \quad (10)$$

である。また a は (6) により,  $A = \text{LN } a$  であったから

$$a = e^A \quad (11)$$

として求まる。

同じく最小 2 乗法により寄与率  $r^2$  は,

$$r^2 = \frac{|(x-X_1)(y-Y_1) + (x-X_2)(y-Y_2) + \dots + (x-X_n)(y-Y_n)|^2}{|(x-X_1)^2 + (x-X_2)^2 + \dots + (x-X_n)^2| \cdot |(y-Y_1)^2 + (y-Y_2)^2 + \dots + (y-Y_n)^2|} \quad (12)$$

により与えられ, 相関係数 r は

$$r = \sqrt{r^2} \quad (13)$$

によって与えられる。ここで相関係数 r の検定は

$$t_0 = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}} \quad (14)$$

を求め, 信頼率 95% で検定する場合は,  $t_0$  と t 分布表の値  $t(n-2, 0.05)$  を比較して

$$|t_0| > t(n-2, 0.05) \quad (15)$$

ならば r は有意となる。信頼率 99% または 90% で検定する場合は  $t(n-2, 0.01)$  または  $t(n-2, 0.10)$  と比較する。

総尾数の推定 対象とする母集団の総重量 W がわかれば,

推定総尾数 N は

$$N = \frac{W}{w} \quad (16)$$

によって求まる。また, (3) により標本標準偏差  $\delta$  が与えられているから, 標本平均の分散  $V(w)$  は

$$V(w) = \frac{\delta^2}{n} \quad (17)$$

として与えられる。いっぽう, N の分散  $V(N)$  は

$$V(N) = \frac{1}{w^2} \left\{ V(W) + (W/w)^2 V(w) - 2(W/w) \text{Cov}(W, w) \right\} \quad (18)$$

となるが, W は実測であることから W の分散  $V(W) = 0$  また W と標本平均 w には正の相関が想定されることから  $\text{Cov}(W, w) = 0$  とできる。したがって (18) は,

$$V(N) = \frac{1}{w^2} \left\{ (W/w)^2 V(w) \right\} \quad (19)$$

となり, (17) を (19) に代入すれば,

$$V(N) = \frac{1}{w^2} \left\{ (W/w)^2 \frac{\delta^2}{n} \right\} \quad (20)$$

となる。また, N の標準偏差  $S(N)$  は

$$S(N) = \sqrt{V(N)} \quad (21)$$

として与えられることから, N の 95% 信頼範囲  $N_{95}$  は

$$N - 1.96 \cdot S(N) < N_{95} < N + 1.96 \cdot S(N) \quad (22)$$

として求まる。99% または 90% 信頼範囲を求める場合は (22) の Z 表値  $Z_{0.05} = 1.96$  の代わりに  $Z_{0.01} = 2.576$  または  $Z_{0.10} = 1.645$  を用いればよい。

### 表計算によるプログラム例

データの入力から推定および検定までを行うプログラム例を以下に示す。本プログラムでは, データ, 文字・記号, 演算式の入力セルを次のように指定した。なお, 使用した機種は O A S Y S であるが, 関数の機能その他詳細については操作マニュアルを参照されたい。

データの入力

セル番号; 入力するデータ

B 5 ~ B104; 体重 (注1)

C 5 ~ C104; 体長 (注1)

I 2; t 表値 (注2)

I 4; t 表値 (注2)

J 18; t 表値 (注2)

G 25; 総重量 (kg)

文字・記号の入力

セル番号; 入力する文字・記号

- M113; >
- M114; <
- M115; す。
- M116; ない。

演算式の入力

セル番号; 入力する演算式

```

H1 ; =COUNT (B5,B104)
H3 ; =COUNT (C5,C104)
G2 ; =H1-1
G4 ; =H3-1
F9 ; =AVE (B5,B104)
G9 ; =SQRT (H1 / (H1-1)) *STD (B5,B104)
H9 ; =F9-12 * (G9/SQRT (H1))
J9 ; =F9+12 * (G9/SQRT (H1))
F10 ; =AVE (C5,C104)
G10 ; =SQRT (H3 / (H3-1)) *STD (C5,C104)
H10 ; =F10-14 * (G10/SQRT (H3))
J10 ; =F10+4 * (G10/SQRT (H3))
I13 ; =IFN (GT (H1,3) ,H3,H1)
F15 ; =EXP ((SUM (M5,M104) -H15 UM (N5,N104)) /I13)
H15 ; =SUM (S5,S104) /SUM (R5,R104)
J15 ; =SUM (S5,S104) /SQRT (SUM (Q5,Q104) *SUM (R5,R104))
F17 ; =ABS (J15 *SQRT ((I13-2) / (1-J15 *J15)))
G17 ; =IF (GT (F17,J18) ,M113,M114)
H18 ; =I13-2
J20 ; =IF (GT (F17,J18) ,M115,M116)
F28 ; =G25 *1000 /F9
G28 ; =SQRT (G25 *1000 /F9 * (G25 *1000 /F9 *O111 /F9 *F9))
H28 ; =F28 -1.96 *G28 (注3)
J28 ; =F28 +1.96 *G28 (注3)
M5 ; =LN (B5)
N5 ; =LN (C5)
O5 ; =AVE (@M5,@M104) -M5
P5 ; =AVE (@N5,@N104) -N5
Q5 ; =O5 *O5
R5 ; =P5 *P5
S5 ; =O5 *P5
O110 ; =F9
O111 ; =STD (B5,B104) *STD (B5,B104) / (H1-1)
O112 ; =SQRT (O111)
    
```

注1; 体重, 体長どちらか whichever のみ入力してもよい。  
 注2; t表より任意の危険率  $\alpha$  の値を選んで入力する。注3;  
 1.96 に代えて, Z 表より任意の危険率  $\alpha$  の値を選んで入力してもよい。

プログラム例 (1994 年荒川アユ放流試験)

1. 体重, 体長を入力します。

No	体重	体長	No	体重	体長	No	体重	体長
1	3.6	6.9	35	8.6	8.8	69	6.5	
2	5.4	7.7	36	7.2	8.3	70	6.7	
3	4.7	7.4	37	7.3	8.3	71	9.1	
4	7.2	8.2	38	8.5	8.7	72	6.1	
5	4.6	7.2	39	8.2	8.7	73	6.8	
6	5.1	7.8	40	8.2	8.7	74	6.2	
7	9.5	9.1	41	7.0	8.3	75	5.9	
8	5.2	7.7	42	5.8	7.6	76	4.7	
9	6.8	8.5	43	8.4	9.0	77	4.6	
10	9.4	9.0	44	7.7	8.6	78	7.2	

No	体重	体長	No	体重	体長	No	体重	体長
11	11.6	9.7	45	7.8	8.3	79	4.4	
12	9.9	9.3	46	5.8	7.7	80	7.1	
13	9.1	8.8	47	8.4	8.5	81	8.6	
14	7.1	7.9	48	7.1	7.9	82	3.8	
15	6.4	7.8	49	9.3	8.8	83	7.1	
16	6.8	8.3	50	6.4	8.0	84	6.7	
17	8.4	8.7	51	6.2	7.8	85	7.5	
18	4.3	7.2	52	7.9	8.3	86	5.9	
19	7.5	8.6	53	6.4	7.8	87	10.0	
20	8.8	8.7	54	9.9	9.2	88	11.8	
21	8.8	9.0	55	5.4	7.5	89	7.4	
22	6.1	8.0	56	6.6	8.0	90	4.4	
23	6.0	7.8	57	7.7	8.2	91	7.7	
24	6.0	7.5	58	12.2	10.1	92	7.6	
25	5.0	7.4	59	4.5	7.3	93	7.7	
26	6.6	8.0	60	5.2	7.5	94	7.9	
27	5.1	7.6	61	7.8		95	12.5	
28	6.3	8.0	62	9.9		96	6.9	
29	6.0	7.6	63	6.7		97	7.7	
30	6.7	8.3	64	7.2		98	9.4	
31	4.6	7.4	65	6.5		99	8.1	
32	5.8	7.4	66	5.9		100	7.7	
33	9.5	8.9	67	5.8				
34	10.3	9.4	68	7.3				

2. 体重データ数は 100 ですからt表より  $t(0.05, 99)$  は  となります。体長データ数は 60 ですからt表より  $t(0.05, 59)$  は  となります。
3. 母平均, 95%信頼範囲はつぎのとおりです。  
 平均 S.D 95%信頼範囲  
 体重 7.17 1.83 6.80 ~ 7.53  
 体長 8.21 0.68 8.04 ~ 8.39
4. さらに, 体重体長関係  $W = aL^b$  の式を求めるならば,  を60回複写します。  
 $a = 0.0107$   $b = 3.0770$   $r = 0.9635$   
 $t_0 = 27.392 > t(0.05, 58) = \input{type="text" value="2.001"}$  となり, この関係式は有意です。
5. 総重量が判ればこのデータから, 母集団の尾数を推定できます。  
 総重量が  kg なら推定計算の結果, 推定尾数 S.D 95%信頼範囲  
 11999 306 11400 ~ 12599  
 といえます。

注:  内に数値を入力すること

注1: なおプログラムの中に, M5S5を?回複写する操作があるが, 次の手順によれば簡単に行うことができる。

1. 【頁指定】キーを押し, 【M】, 【5】と続けて押し て【実行】を押す。
2. カーソルがM5に移動したら, 【複写】, 【→】を押し てS5までカーソルを移動し, 【実行】を押す。
3. 再び【複写】を押し, 画面左下で問うている複写回数に対し, 複写する回数を数字入力して【実行】を押す。(複写方向は下: 1のままでもよい)

注2: 紙面の都合上本報では体重, 体長の入力欄が横3列になっているが, 本来は縦1列に入力する。

アユ放流試験における応用結果および考察

当試験場では放流試験などに本プログラムを用いているが, 以下, 1994年度荒川において行ったアユ放流試験

における応用結果について考察する。

試験に供した放流アユ種苗(湖産)は、総重量86kgであった。この中から100尾をサンプリングし、そのうち60尾については個々の体重体長を測定したが、残り40尾については体重のみ測定した。また、総尾数の推定誤差について検討するため、あらかじめ総尾数を計数しておいた。それぞれの推定結果を以下に示すが、標本数と推定精度の関係について検討するため、推定にあたってはnを10から10ずつ段階的に増やしていった。

体重および体長の推定母平均( $\mu$ )および95%信頼範囲( $\mu_{95}$ )

体 重				
n	$\mu$	sd	vc	$\mu_{95}$
10	6.15	2.02	0.32	4.70 ~ 7.60
20	7.07	2.19	0.30	6.04 ~ 8.10
30	6.80	1.91	0.28	6.09 ~ 7.51
40	7.06	1.89	0.26	6.45 ~ 7.66
50	7.12	1.76	0.24	6.62 ~ 7.62
60	7.13	1.85	0.25	6.65 ~ 7.61
70	7.12	1.76	0.24	6.70 ~ 7.54
80	7.00	1.74	0.24	6.62 ~ 7.39
90	7.04	1.81	0.25	6.66 ~ 7.42
100	7.17	1.83	0.25	6.80 ~ 7.53

  

体 長				
n	$\mu$	sd	vc	$\mu_{95}$
10	7.95	0.74	0.09	7.42 ~ 8.48
20	8.23	0.77	0.09	7.86 ~ 8.59
30	8.12	0.69	0.08	7.87 ~ 8.38
40	8.21	0.69	0.08	7.99 ~ 8.43
50	8.22	0.64	0.07	8.04 ~ 8.40
60	8.21	0.68	0.08	8.04 ~ 8.39

推定の精度を変動係数(vc)によって検討すると、体重の場合、n=10~20ではvc=0.30~0.32であったが、標本数を増やしてn=50~100とすると、vc=0.24~0.25となり精度が向上した。また、体長の場合、n=10~20ではvc=0.09であったがn=30~60ではvc=0.07~0.08となり精度が向上した。これらのことから、本例のようにアユ稚魚の体重体長の母平均を推定するには、標本尾数50以上とすることが望ましいものと考えられる。

体重体長関係式( $W = aL^b$ )

n	a	b	r	$t_0$
10	0.0054	3.3815	0.9816	14.535
20	0.0060	3.3395	0.9750	18.630

30	0.0084	3.1819	0.9656	19.643
40	0.0088	3.1656	0.9671	23.441
50	0.0097	3.1204	0.9604	23.888
60	0.0107	3.0770	0.9635	27.392

本例のようなアユ稚魚の体重体長関係式を $W = aL^b$ (但し、Wは体重、Lは標準体長)として推定すると定数a、b相関係数rおよびrの信頼率を検定する $t_0$ は上表のようになる。数式(14)によれば、 $n \rightarrow \infty$ なら $t_0 \rightarrow \infty$ となることから、標本数を多くすれば相関係数rの信頼率は高まることになる。

推定総尾数(N)および95%信頼範囲( $N_{95}$ )

n	N	sd	vc	$N_{95}$	$N/N_0$
10	13984	1456	0.10	11131 ~ 16837	1.13
20	12164	843	0.06	10513 ~ 13816	0.98
30	12647	647	0.05	11378 ~ 13916	1.02
40	12190	515	0.04	11180 ~ 13200	0.98
50	12082	422	0.03	11254 ~ 12910	0.97
60	12059	403	0.03	11269 ~ 12849	1.01
70	12084	357	0.02	11383 ~ 12784	0.97
80	12279	342	0.02	11610 ~ 12949	0.99
90	12218	332	0.02	11567 ~ 12869	0.98
100	11999	306	0.02	11400 ~ 12599	0.96

実総尾数( $N_0$ )=12371

本例ではn=10~40ではvc=0.10~0.04であったが、標本数を増やしてn=50~100とすると、vc=0.03~0.02となり精度が向上した。いっぽう、実総尾数と推定総尾数の比率 $N/N_0$ をみるとn=20~90では0.97~1.01であったのに比べ、n=10あるいはn=100ではn=20~90のときよりも誤差が大きくなった。このようなことから、総尾数を推定する場合、体重測定の標本尾数を50以上とすることが望ましいが、標本尾数を多くすれば必ず誤差が小さくなるとはかぎらないことがわかった。

## 謝 辞

本報告をまとめるに当たっては、これまでに、統計学上の基礎知識、その手法等多くの点でご指導いただいた東京水産大学北田修一助教授に負うところが多い。また、データの採取に当たっては、那珂川北部漁業協同組合喜連川支部の方々にご協力をいただいた。ここに感謝いたします。

## 引用文献

- 1) 北田 修一 (1991) : 標識再捕に基づく種苗放流効果に関する統計学的研究
- 2) スネデカー・コ克蘭 (1972) : 統計的方法
- 3) 永田 靖 (1992) : 入門統計解析法